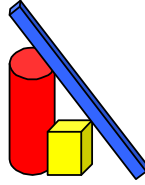


LA GEOMETRIE DES TRANSFORMATIONS

dans l'apprentissage des mathématiques



Site WEB : www.uvgt.net

Les frises (de 5 à 12 ans)

Michel DEMAL – Jacques DUBUCQ
Danielle POPELER

U.V.G.T - H.E.C.F.H - U.M.H. – U.R.E.M. (U.L.B.)

Communauté française de Belgique

michel.demal@belgacom.net
d.popeler@skynet.be

LES FRISES

Plan de l'exposé-atelier

A. Introduction

1. Origine des frises
2. Frises et transformations
Définitions

B. Types de frises

1. Synthèse de théorie sur les déplacements et les retournements du plan
2. Les 7 types de frises
Exemple 1 – dessins de chats
Exemple 2 – motifs géométriques
Frises et bandes décoratives: contre-exemples

C. Les frises dans l'Enseignement Fondamental - de 5 à 12 ans.

- Rappel de la définition
- Frises en classe maternelle et au premier degré primaire
 - Frises au deuxième degré primaire
 - Frises au troisième degré primaire

A. Introduction

1. Origine des frises

A l'origine, les frises sont des éléments décoratifs qui apparaissent dans l'art. On en trouve dans presque toutes les civilisations.

1. Exemples de frises égyptiennes



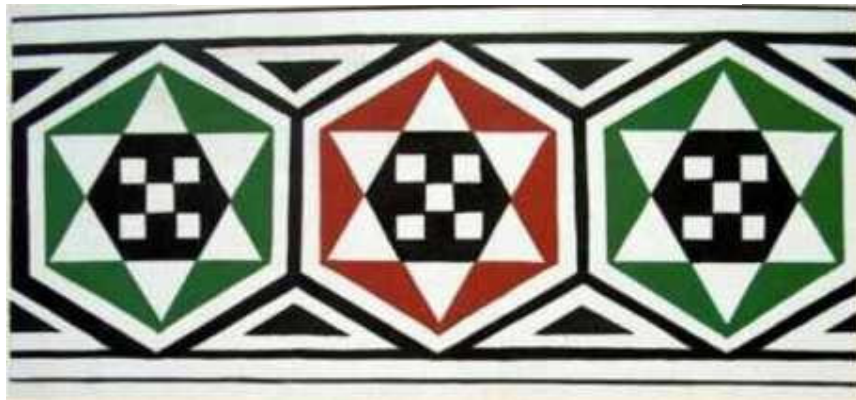
2. Exemples de frises grecques



3.Exemple de frise byzantine



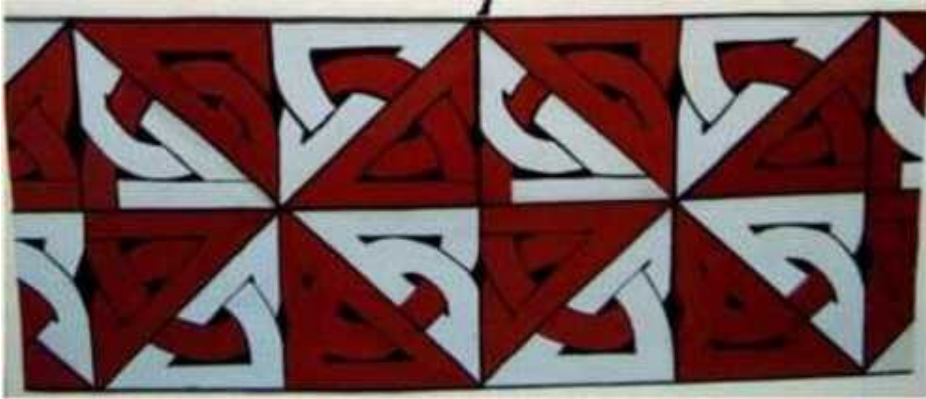
4. Exemple de frise pompéienne



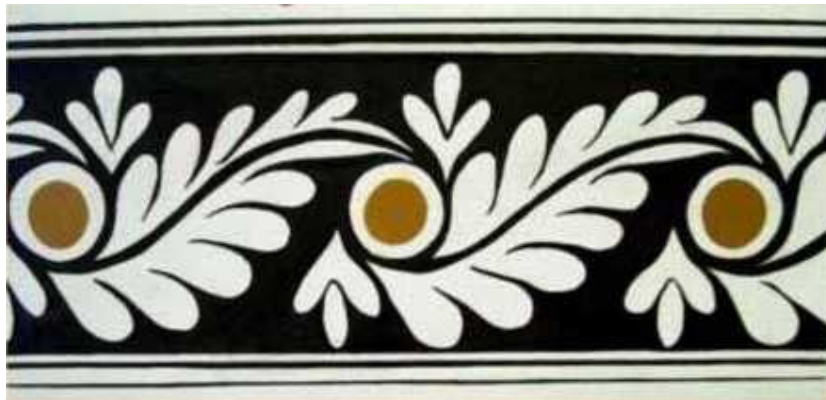
5. Exemple de frise arabe



6. Exemple de frise celtique



7. Exemple de frise indienne



8. Exemple de frise moyenâgeuse



9. Exemple de frise bordant un pavement en mosaïque à Herculanum



10. Exemple de "non frise" provenant d'Herculanum



11. Exemples de "non frises" ornant actuellement la façade de la section primaire de l'Athénée Royal de Binche.



2. Frises et transformations

A. Mathématiquement, la structure des frises est géométrique et liée aux "déplacements" et "aux "retournements" du plan qui les superposent à elles-mêmes.

En fait, **n'importe quelle frise peut se définir** de la manière suivante:

- Elle se présente sous la forme d'une "bande" aux bords parallèles, illimitée dans les deux sens.
- Les motifs isométriques qui la composent "se répètent" avec harmonie et régularité (même distance entre deux motifs successifs).
- De plus, toute frise se superpose à elle-même par translations et /ou par des combinaisons de transformations (qui superposent la frise à elle-même).

Ces transformations sont:

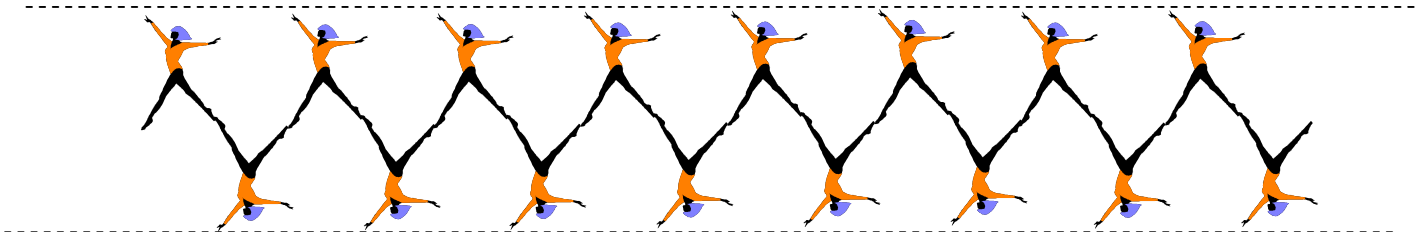
- des rotations de 180° (symétries centrales)
- une symétrie orthogonale d'axe horizontal
- des symétries orthogonales d'axes verticaux
- des symétries glissées (d'axe horizontal)

Exemple:



Motif de départ

Frise du type "translations et symétries glissées"



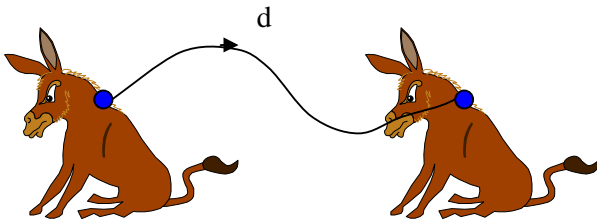
B. Types de frises ou le classement des frises

B.1. Synthèse de théorie sur les déplacements et les retournements du plan dans l'enseignement de base

1. Figures isométriques superposables par déplacement et/ou par retournement

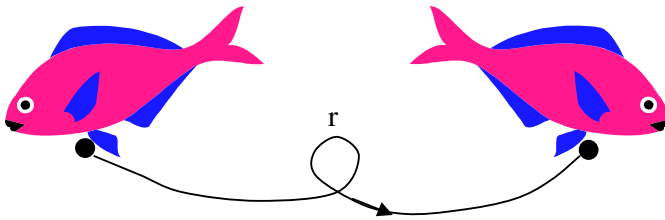
Si deux figures sont isométriques, alors on peut « passer » de l'une à l'autre soit:

a) uniquement par un **déplacement**



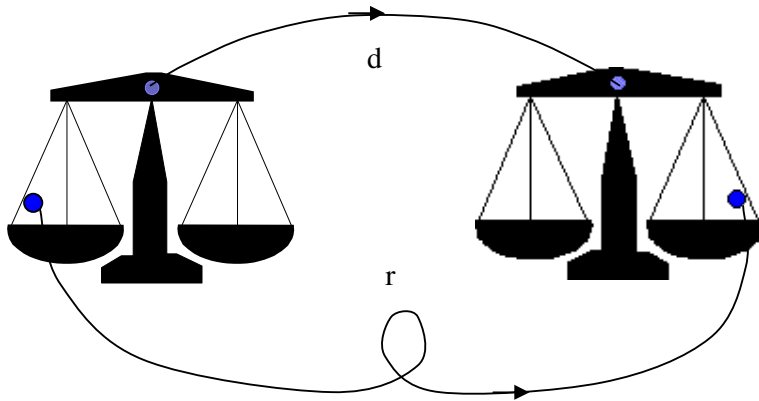
On parle dans ce cas de figures isométriques déplacées ou de figures identiques.

b) uniquement par un **retournement**

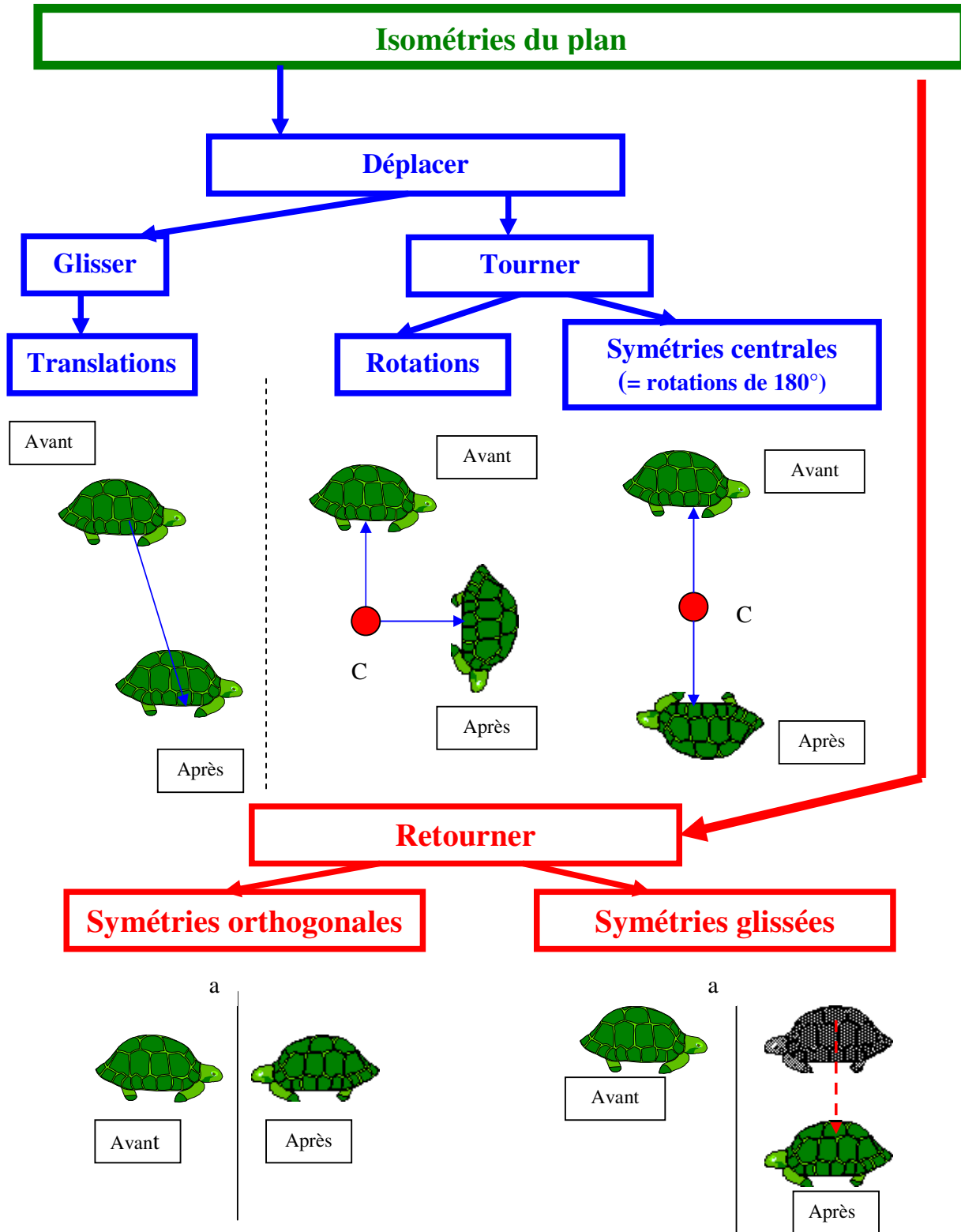


On parle dans ce cas de figures isométriques retournées.

c) par **déplacement** et aussi par **retournement**



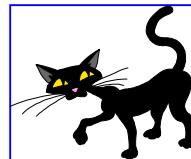
2. Synthèse de théorie des isométries du plan



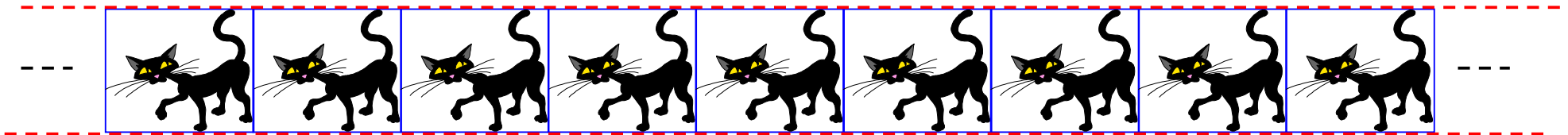
B.2.Types de frises ou le classement des frises.

Il existe exactement **sept types de frises** classées par leurs symétries internes (automorphismes);
c'est-à-dire par les isométries (les déplacements et les retournements)
qui les superposent à elles-mêmes.

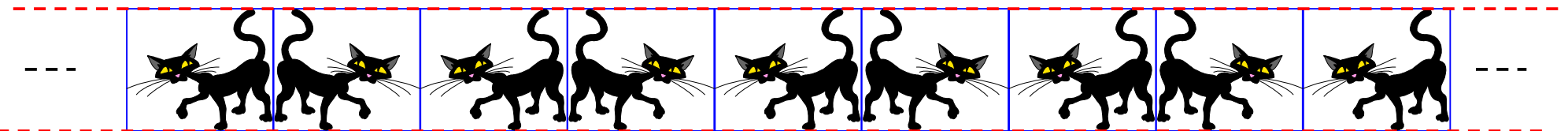
Exemple n°1, au départ d'un dessin de chat



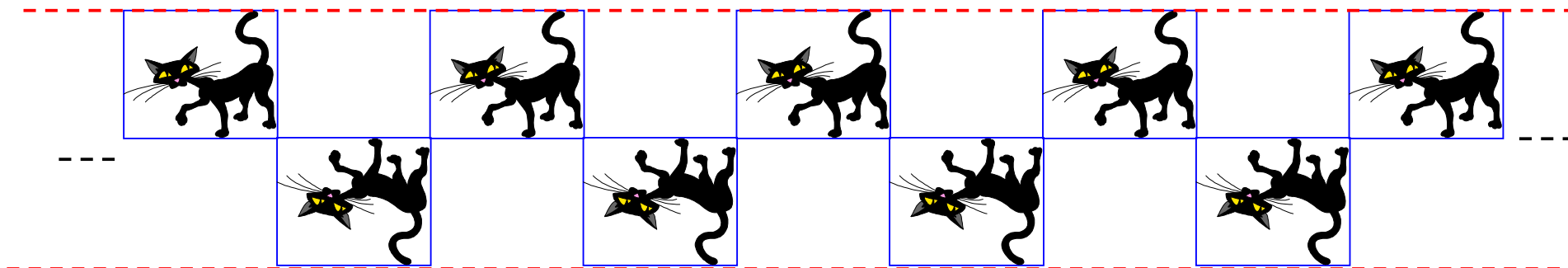
F1. Frises superposables à elles-mêmes par translations



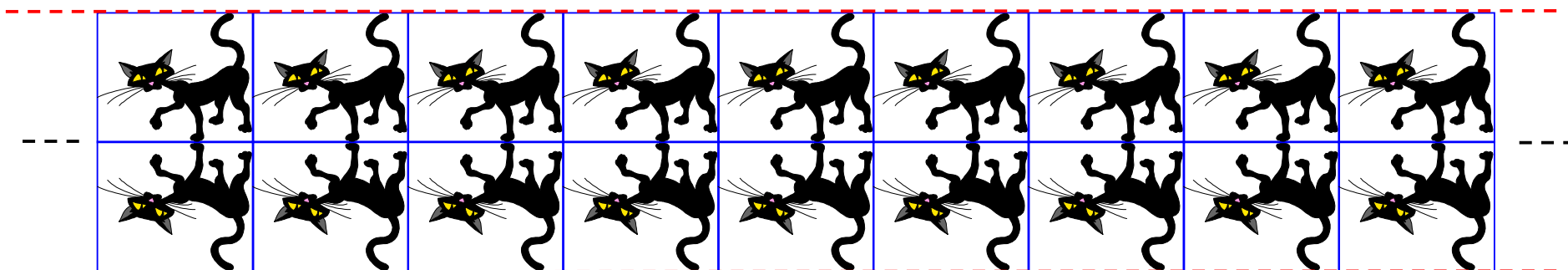
F.2. Frises superposables à elles-mêmes par translations et par symétries orthogonales d'axes verticaux.



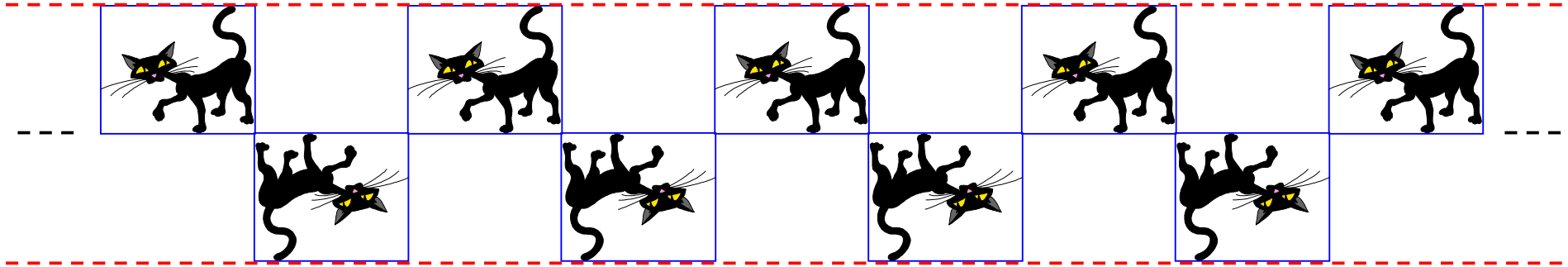
F.3. Frises superposables à elles-mêmes par translations et par symétries glissées.



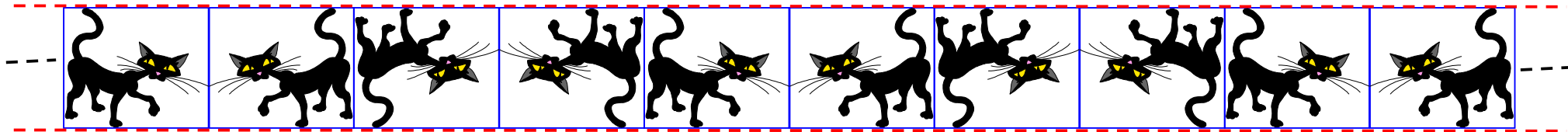
F.4. Frises superposables à elles-mêmes par translations, par symétrie orthogonale d'axe horizontal et par symétries glissées.



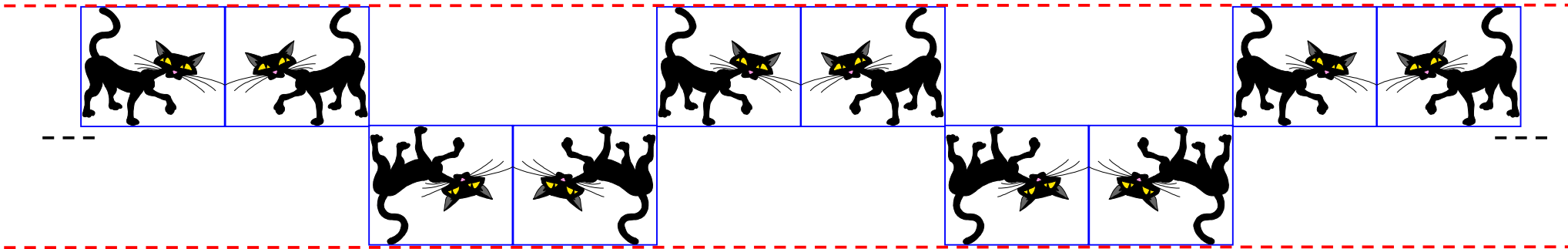
F.5. Frises superposables à elles-mêmes par translations et par symétries centrales.



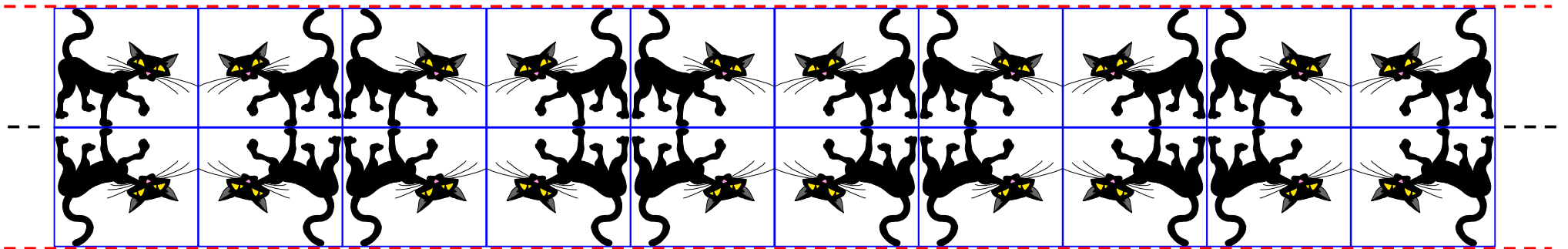
F.6. Frises superposables à elles-mêmes par translations, par symétries orthogonales d'axes verticaux, par symétries glissées et par symétries centrales.



ou



F.7. Frises superposables à elles-mêmes par translations, par symétries orthogonales d'axes verticaux, par symétrie orthogonale d'axe horizontal, par symétries glissées et par symétries centrales.

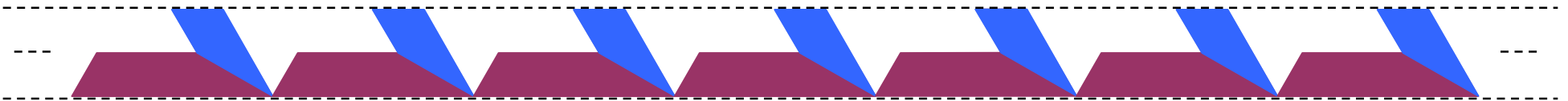


Exemple n°2, au départ d'un modèle "abstrait ":



Motif de départ

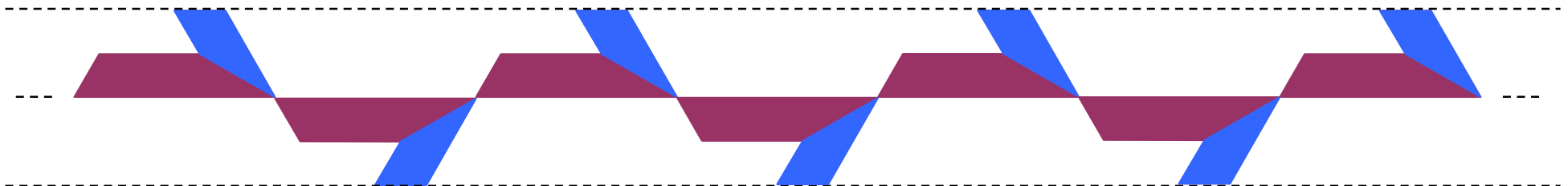
1. Frises du type translations



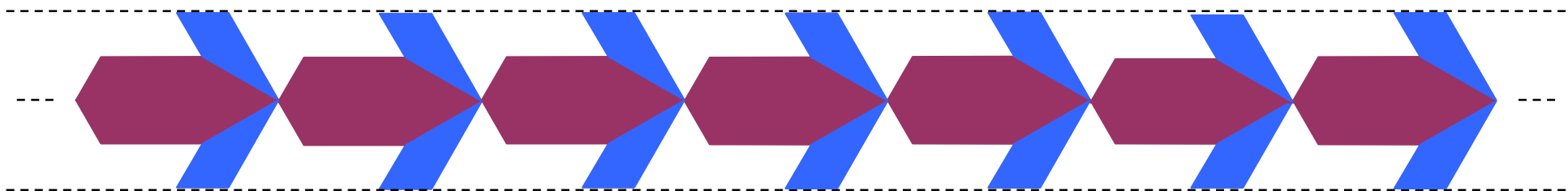
2. Frises du type translations et symétries orthogonales d'axes verticaux



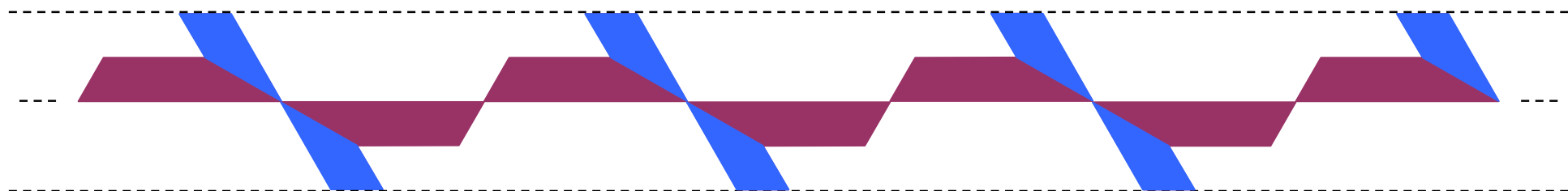
3. Frises du type translations et symétrie glissée



4. Frises du type translations, symétrie d'axe horizontal et symétrie glissée



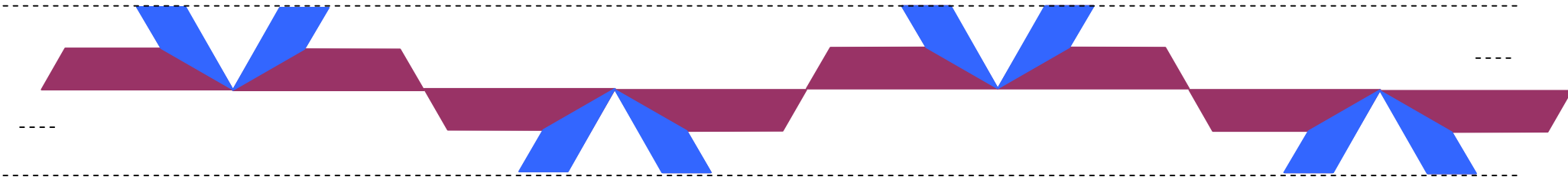
5. Frises du type translations et rotations de 180° (ou symétries centrales)



6. Frises du type translations, symétries orthogonales d'axes verticaux, symétries glissées et symétries centrales



ou



7. Frises superposables du type translations, symétries orthogonales d'axes verticaux, symétrie orthogonale d'axe horizontal, symétries glissées et par symétries centrales.

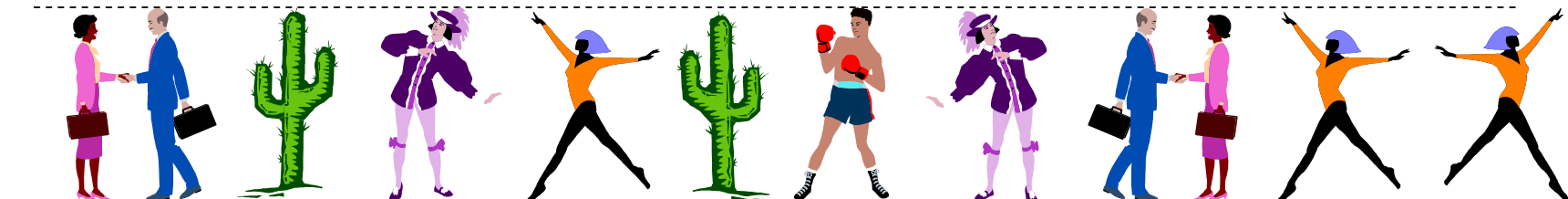


Remarques:

1. Une initiation aux transformations du plan (en dehors des frises) est indispensable avant d'essayer de les reconnaître sur des frises données.
2. Nous attirons l'attention sur le fait qu'une bande décorative n'est pas nécessairement une frise !

Contre-exemples: bandes décoratives qui ne sont pas des frises.

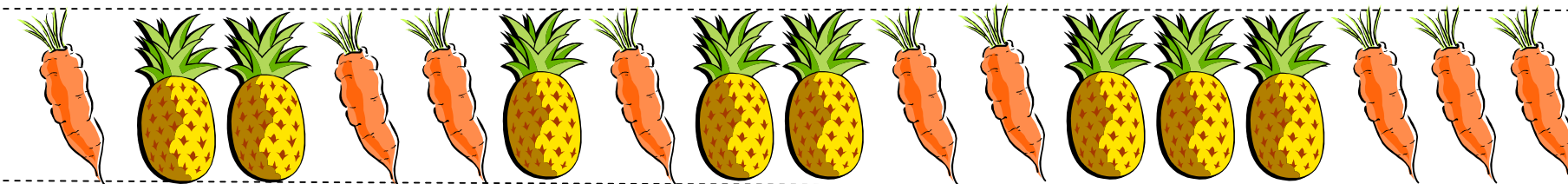
1



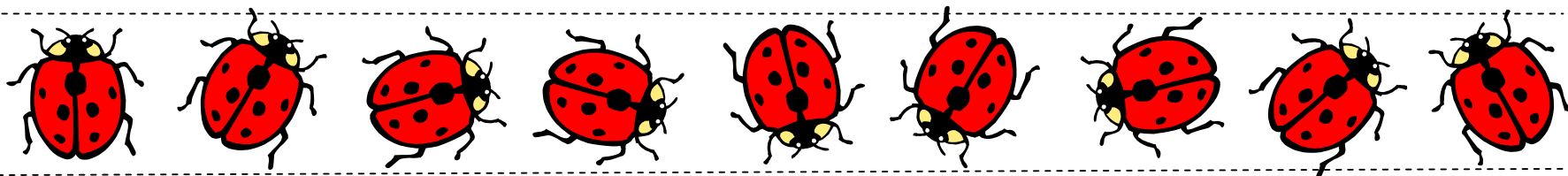
2



3



4



C. Les frises dans l'enseignement fondamental de 5 à 12 ans

Les élèves réalisent des frises en guise d'application des concepts "déplacements" et "retournements" du plan

C 1. En classe maternelle: réalisation de deux types de frises

1. Frises du type translations



2. Frises du type translations et symétries orthogonales



En classe maternelle (5 ans).

Le thème des frises vient obligatoirement après le thème "figures isométriques superposables par déplacement et/ou retournement" - voir le plan du cours de 3^e maternelle.

A ce stade les enfants ont donc pris l'habitude de superposer un transparent pour "passer" d'une figure isométrique à une autre.

Selon le cas:

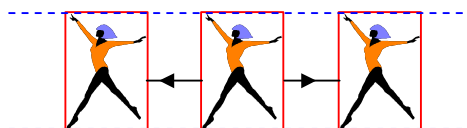
- soit uniquement par "un déplacement du transparent";
- soit uniquement par "un retournement du transparent";
- soit par "un déplacement" et aussi par "un retournement";

Et de plus, les Prérequis suivants ont été vus avant d'aborder les frises proprement dites.

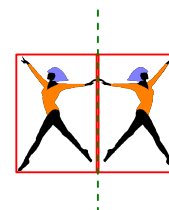
Avec un motif de départ sur transparent



1) perception de "déplacement"
horizontal vers la gauche ou vers la droite.



2) perception d'un "retournement" vers la gauche ou vers la droite



Un début de frise étant donné (entre des droites parallèles), les enfants recherchent, à l'aide d'un transparent correspondant à un des motifs de la frise, comment "passer" d'un motif à l'autre, se trouvant immédiatement avant ou après.

Selon les cas, ce sera soit par "un déplacement" du transparent soit par "un retournement" du transparent.

Les frises sont alors complétées avec les dessins correspondants, les distances entre les dessins devant être respectées - voir le thème "les frises" dans le CD de la Classe Maternelle pour une description complète et détaillée des activités.

C 2. Au premier degré primaire

1. Frises du type translations





2. Frises du type translations et symétries orthogonales d'axes verticaux.



En première année primaire

Le thème des frises vient obligatoirement après le thème « figures isométriques superposables par déplacement et/ou retournement » (Voir le plan du cours de 3^e maternelle).

A ce stade les enfants ont donc pris l'habitude, ici aussi, de superposer le transparent pour "passer" d'une figure à l'autre.

Selon le cas:

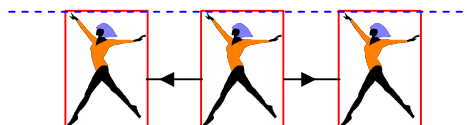
- soit uniquement par "un déplacement du transparent";
- soit uniquement par "un retournement du transparent";
- soit par un déplacement et aussi par un retournement.

Et de plus, les Prérequis suivants ont été vus avant d'aborder les frises proprement dites.

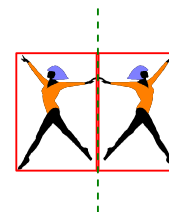
Avec un motif de départ sur transparent



1) perception de "déplacement"
horizontal vers la gauche ou vers la droite.



2) perception d'un "retournement" vers la gauche ou vers la droite



Semblablement à la classe maternelle, le thème des frises vient obligatoirement après le thème "figures isométriques superposables par déplacement et/ou retournement" - voir le plan du cours de 1^e primaire.

A ce stade les enfants ont donc, ici aussi, pris l'habitude et selon les cas, de superposer le transparent (correspondant à une figure donnée) pour "passer" d'une figure à l'autre, soit uniquement par "un déplacement" du transparent, soit uniquement par "un retournement du transparent", soit en utilisant un déplacement et aussi un retournement.

Sur base d'une analyse collective de modèles, les premières caractéristiques des frises ont été découvertes:

- le *report régulier du motif de base*;
- la *même distance entre les motifs isométriques successifs ou précédents*;
- *tous les motifs situés entre deux droites parallèles.*

Deux frises du type "translations" ont été réalisées (collectivement puis individuellement)

Comme les frises se présentent sous la forme de longues bandes aux bords parallèles (illimitées dans les deux sens), nous en avons profité pour y faire associer la place

"éventuelle" de quelques nombres entiers (positifs et négatifs comme sur "la droite" des nombres).

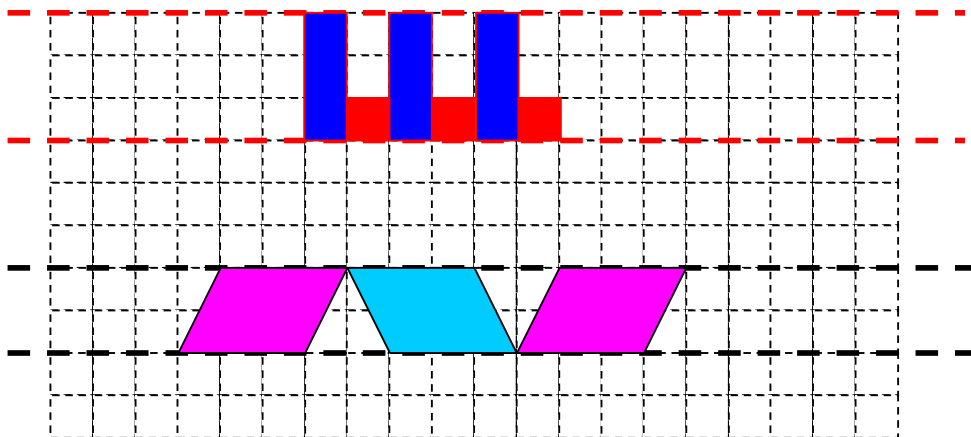
Par la suite, la construction de deux frises (une collective et une individuelle) possédant des axes de symétries verticaux a été réalisée - voir à ce sujet, le CD de première année qui décrit en détails toutes les activités géométriques données en continu au cours de cette année scolaire.

En deuxième année primaire

Un travail analogue à celui de la première année primaire est réalisé en 2^e primaire si ce n'est que les dessins utilisés dans les frises sont des figures géométriques et non plus des motifs aussi prégnants que ceux de la première année primaire. Ces dessins sont donc beaucoup plus abstraits pour les élèves.

Les frises sont encore du type "translations" et du type "translations et symétries orthogonales d'axes verticaux".

Exemples:



(Pour plus de détails ,voir le CD de deuxième année primaire qui décrit toutes les activités géométriques données en continu tout au long de l'année scolaire)

C.3 Au deuxième degré primaire

1. Frises du type translations et symétrie glissée d'axe horizontal





2. Frises du type translations et rotations de 180°

*Ici, la main gauche montre l'image de référence.
La main droite montre l'image suivante.*



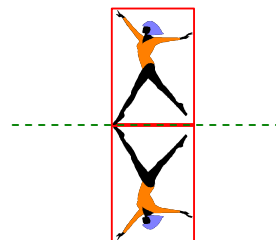


En troisième année primaire

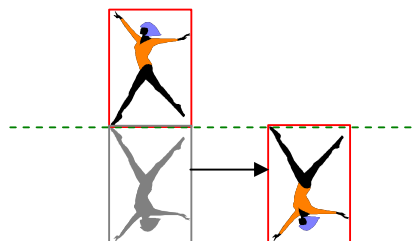
Les frises constituent toujours une "application" des transformations du plan. En troisième année, les élèves sont préalablement initiés aux premières caractéristiques liées aux transformations du plan telles que les "rotations de 180°" et "les symétries orthogonales d'axes verticaux".

Les modèles pour initier à ces deux transformations sont semblables à ceux proposés ci-dessous:

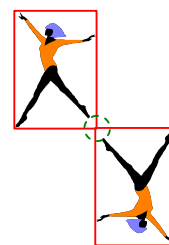
- perception de symétrie orthogonale plane d'axe horizontal



- perception de symétrie glissée d'axe horizontal (*symétrie orthogonale d'axe horizontal + "déplacement" parallèle à l'axe de la symétrie orthogonale*)



- perception de rotation de 180° ou d'un demi tour



Les frises travaillées sont du type "translations et symétries glissées" et du type "translations et rotations de 1/2 tour".

Il est encore demandé de préciser la manière de passer d'une figure à une autre et de compléter des frises collectivement et individuellement.

La découverte qu'une frise (figure illimitée dans les deux sens) soit superposable à elle-même par déplacement et/ou retournement est volontairement reportée en 6^{ème} primaire. Nous sommes d'ailleurs convaincus que cela ne peut pas être compris par une majorité d'enfants avant cet âge.

Pour plus de détails, voir le CD de troisième année primaire qui décrit toutes les activités géométriques données en continu tout au long de l'année scolaire.

En quatrième année primaire

Nous avons remplacé volontairement l'activité "frises" par une autre activité d'"application des transformations" mettant en œuvre uniquement des rotations: il

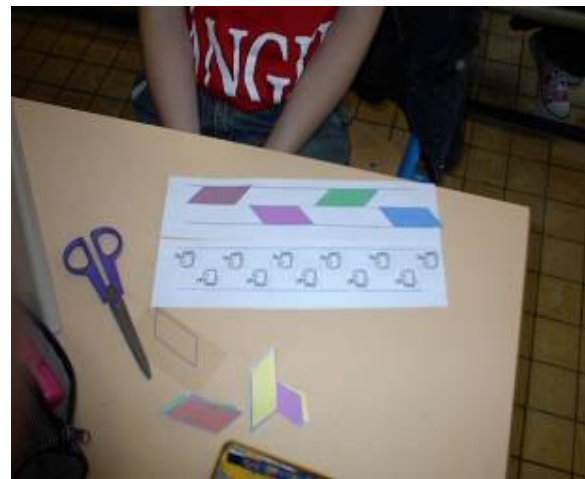
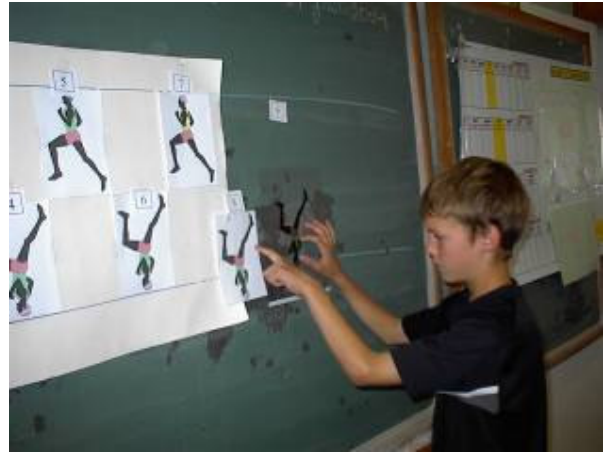
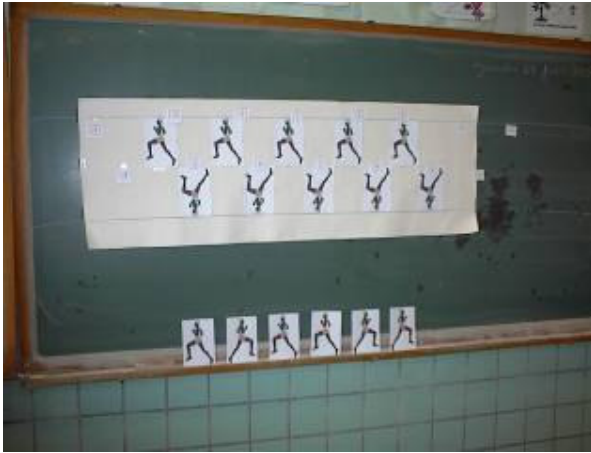
s'agit des rosaces - voir la description de cette activité dans le CD de géométrie de quatrième année).

.4 Au troisième degré primaire

En cinquième année primaire

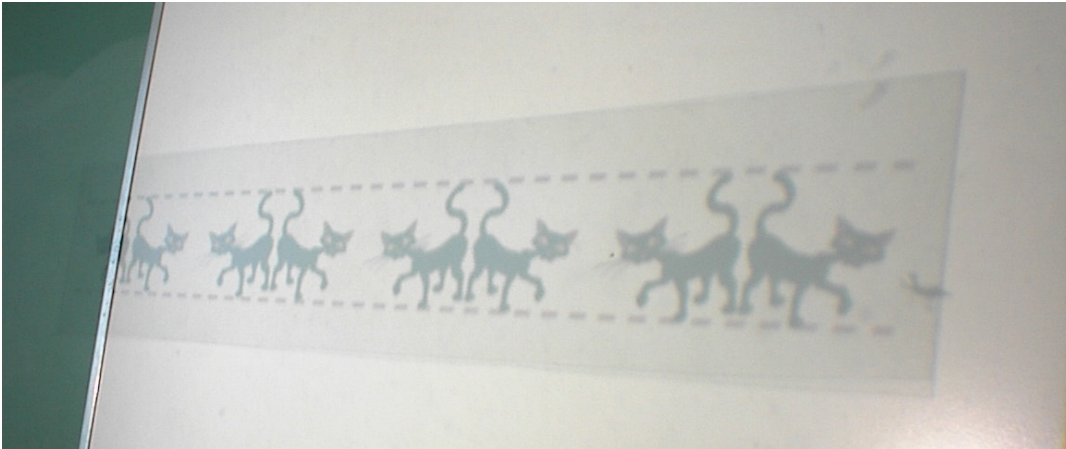
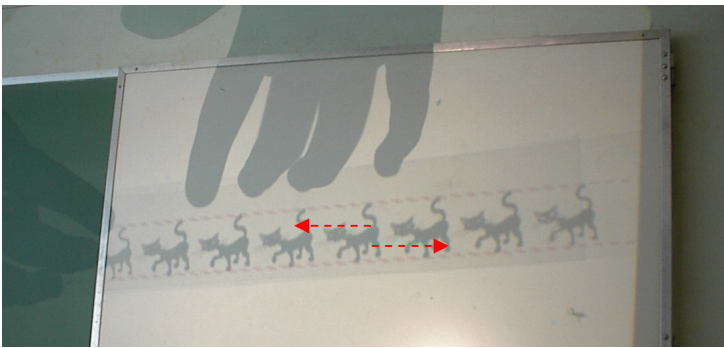
Frises du type translations et symétries glissées





Par manque de temps, seules des frises du type: "*translations et symétries glissées*" ont été travaillées. Les modèles de figures utilisés sont des figures "riches"(prégnantes) et des figures "géométriques" (plus abstraites). Des frises collectives et individuelles ont été réalisées.

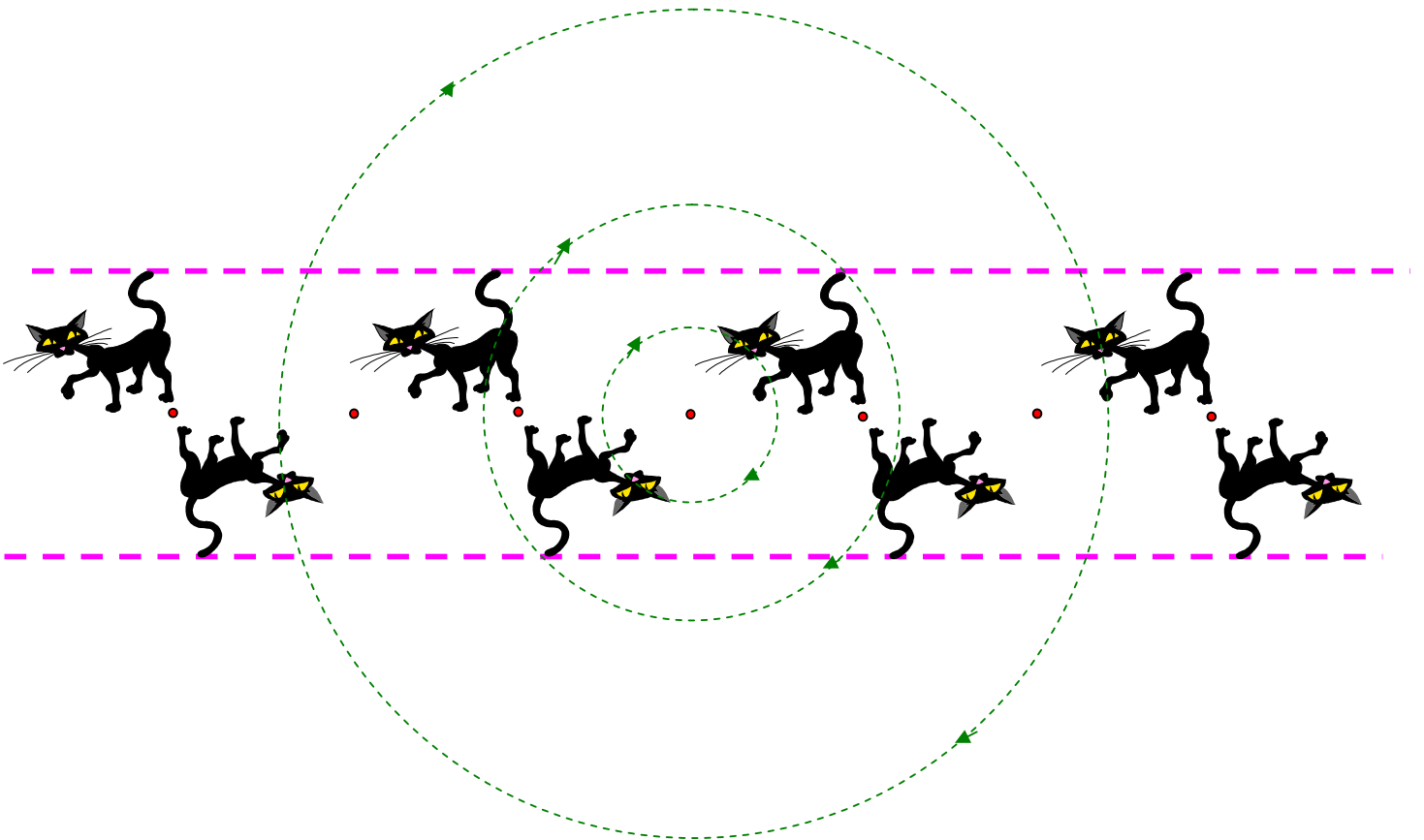
En sixième année primaire

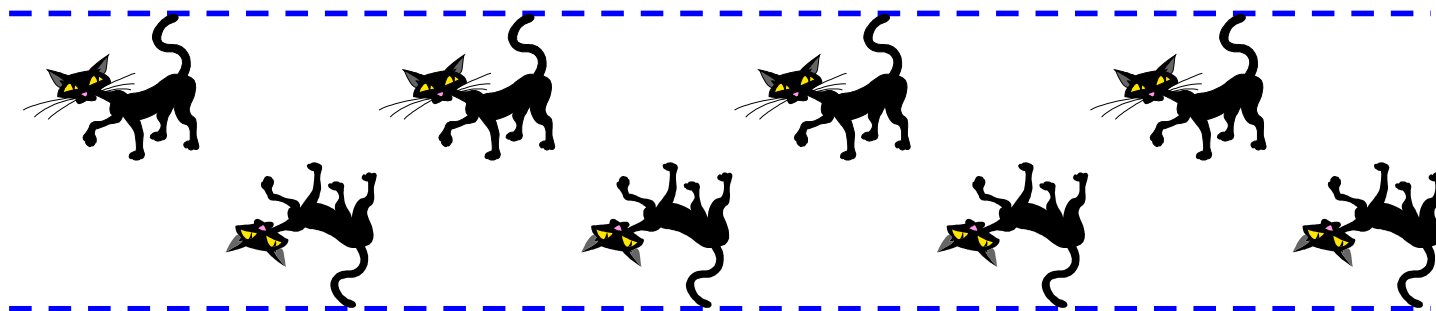


S'il existe des axes de symétrie pour toute la frise, où sont-ils?

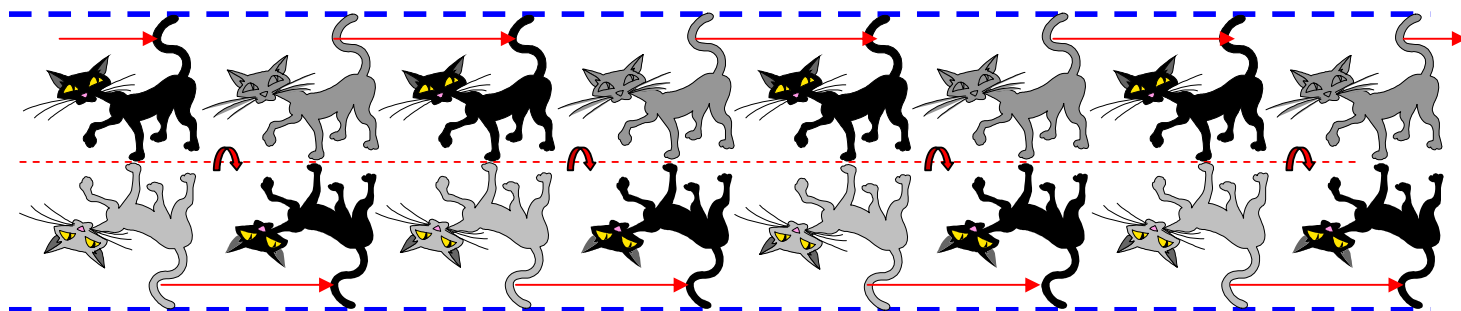


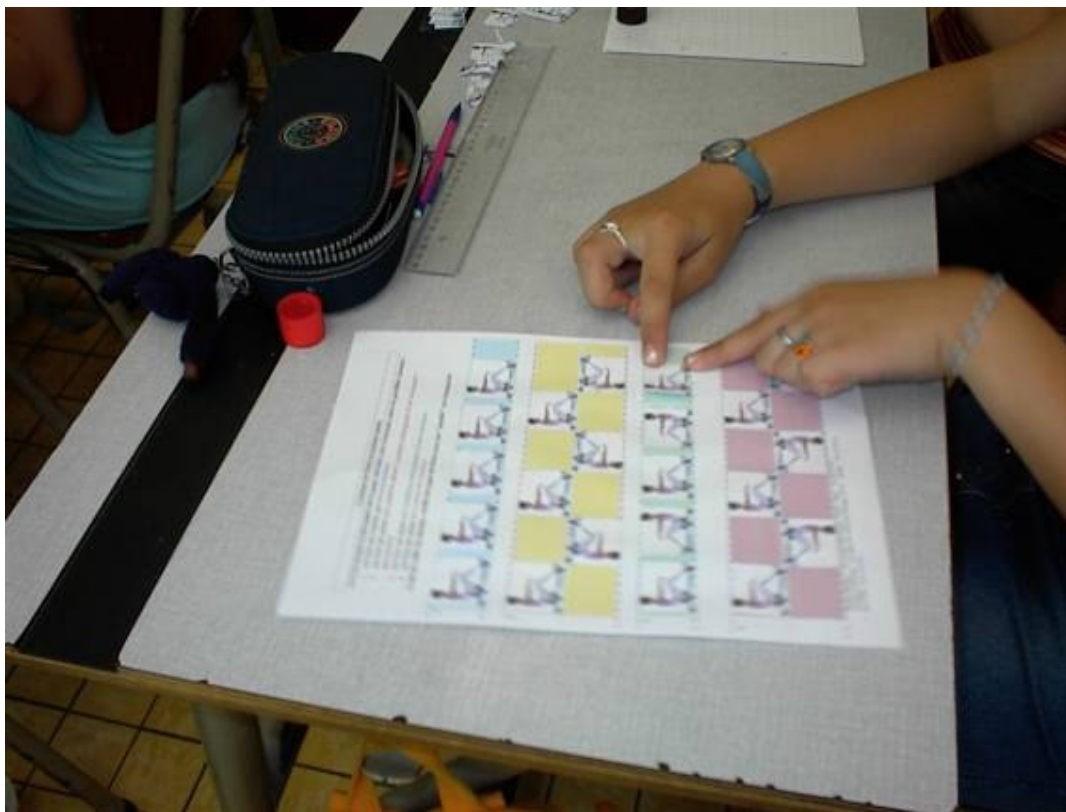
S'il existe des centres de rotations pour toute la frise, où sont-ils?





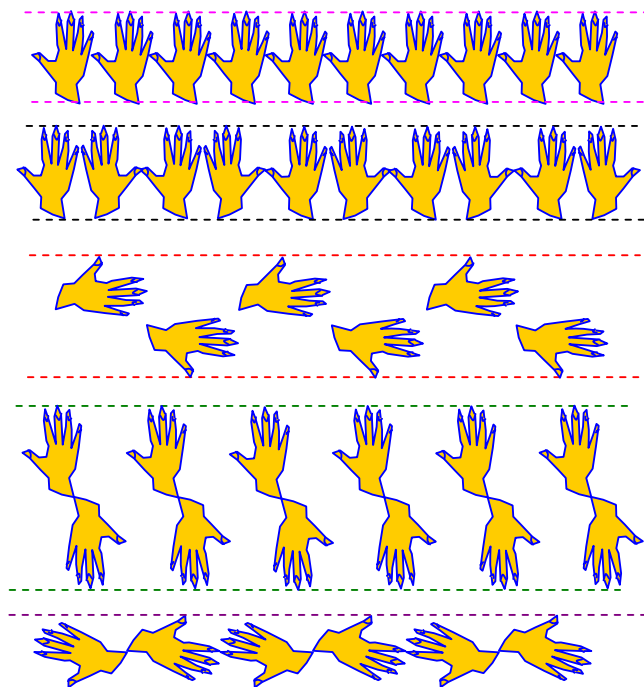
S'il y a des symétries glissées, où sont-elles ?





4 types de frises ont été retravaillés; les frises du type:

- translations ;
- translations et symétries orthogonales d'axes verticaux ;
- translations et rotations de $\frac{1}{2}$ tour ;
- translations et symétries glissées.



En utilisant une frise complète copiée sur un transparent, les enfants ont découvert que des frises pouvaient se superposer à elles-mêmes par déplacement et/ou par retournement. Cette vision des frises sera approfondie au secondaire.

Réalisation individuelles de frises admettant des transformations imposées – vérifications réalisées à l'aide de transparents reprenant toute la frise.

(Pour plus de détails, à ce sujet, voir le thème 8 des activités de géométrie dans le CD de sixième année primaire)