

"Les rectangles" de 5 à 14 ans - évolution du concept en rapport avec "les plans du cours"

A. Méthodologie utilisée en continu par Danielle POPELER depuis la classe maternelle(5 ans) à la sixième année primaire

Evolution verticale (en continuité)

Découpage année par année

1. En Classe maternelle

- ✓ Reconnaître des rectangles parmi des figures géométriques en FRAMEWORKS.
- ✓ Comparaison de la longueur des côtés: deux longs et deux courts
- ✓ Découverte des côtés "face à face" de même longueur



"Passages obligés"

Etant donné la continuité installée dans tous les travaux "de terrain", se référer à la rubrique "plans du cours" qui donne la succession des thèmes travaillés chaque année à la suite l'un de l'autre avant d'en arriver à l'étude des rectangles.

Repérer les sommets puis les côtés.

Dénombrer "tous"les sommets et "tous" (élément de logique) les côtés "droits" (droit = non ondulé ou courbe): toujours 4..

Par superpositions et pivotements (rotations) de rectangles isométriques sur eux-mêmes (matériel Frameworks et Polydron), découverte de l'isométrie (même mesure) des côtés opposés

Représentation de rectangles sur papier

Psychomotricité et vocabulaire géométrique.

Exercices du type de jeu: "Jacques a dit"

Exemple:

Jacques a dit: Mettre un doigt de chaque main sur (dans) ...

Construire des rectangles "quelconques" avec des chalumeaux (coudés).

Par erreur d'assemblage de deux côtés consécutifs de même longueur, découverte de 2 nouveaux quadrilatères: le cerf-volant et aussi la flèche.

Contournement des côtés des rectangles (plaquettes FRAMEWORKS), par l'intérieur.

Repérer les sommets et marquer leur emplacement par des "gros" points.

Dénombrer des côtés et des sommets

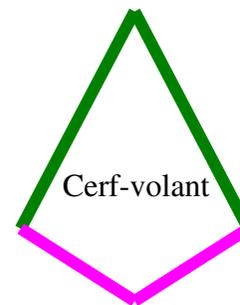
Différencier: côté/sommet

Intérieur/extérieur du rectangle

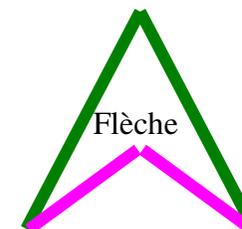
Deux côtés longs/deux côtés courts

Côtés de même longueur (en face, face à face)

Tenir compte des côtés opposés de même longueur



Cerf-volant



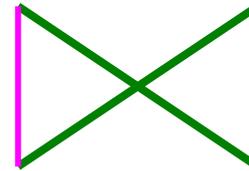
Flèche

Découvrir que les rectangles en chalumeaux peuvent se déformer en deux autres quadrilatères:

- ✓ Des parallélogrammes



- ✓ Des "papillons" (quadrilatères croisés)



Découvrir que le placement d'un seul angle droit dans un parallélogramme le redresse en rectangle.

En première année primaire:

Les rectangles quelconques: analyse des figures une à une.

Découverte des caractéristiques du rectangle quelconque:

Vérifier (avec les instruments adéquats) si tous les rectangles quelconques rencontrés possèdent les mêmes caractéristiques



Utilisation du matériel de vérification adéquat:

- ✓ latte (mesurage des côtés),
- ✓ fils à plomb: parallélisme des côtés opposés(face à face),
- ✓ angles droits (métalliques et/ou sur transparents)

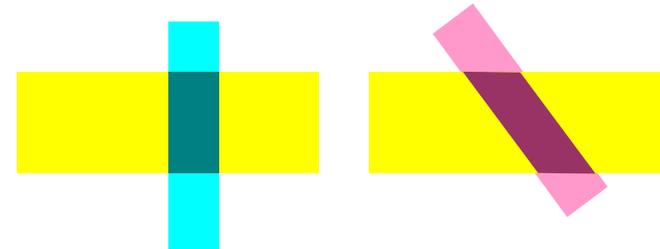
Construire des rectangles quelconques avec du matériel varié:

Exemple d'exploitation de matériel approprié:

- Quelles bandes parallèles croisées permettent de faire apparaître un rectangle quelconque? (essais et erreurs)
- Exploitation des erreurs pour les mises au point (deux bandes parallèles de même écartement ne montrent que des losanges quelconques ou des carrés)
- En croisant les mêmes bandes que celles nécessaires pour obtenir un rectangle quelconque (écartements différents), découverte d'autres quadrilatères: des parallélogrammes quelconques.
- Etablir des comparaisons (ressemblances et différences) entre les parallélogrammes quelconques apparus et le rectangle quelconque apparu (reconnaissance de la présence d'angles de droits ou pas et de deux paires de côtés parallèles)
- vérification des angles droits du rectangle quelconque apparu (par superposition d'angles droits) et de la non présence d'angles droits dans les parallélogrammes quelconques apparus.

Matériel utilisé par les enfants pour construire des rectangles quelconques en tenant compte des caractéristiques des rectangles quelconques:

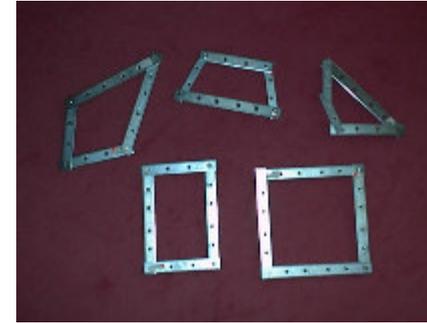
- ✓ avec des tiges de mécano.
- ✓ avec des segments de droites
- ✓ avec des bandes parallèles croisées.



Parmi des assemblages de tiges de « Mécano », reconnaître celui qui montre effectivement un rectangle quelconque et en établir la preuve (argumentation et vérification avec les instruments adéquats: latte et angles droits métalliques).

Collectivement, établissement de la synthèse des caractéristiques des rectangles quelconques.

Exercices individuels sur feuilles; exemples:



Synthèse:

- ✓ 4 angles droits
- ✓ 2 longs côtés isométriques et 2 côtés courts isométrique; face à face)
- ✓ 2 paires de côtés parallèles

1. Reconnaître des rectangles "quelconques" parmi des quadrilatères.
2. Sur un quadrillage, compléter un rectangle quelconque (un côté est donné)
3. Sur un quadrillage, créer (tracer à la latte) deux rectangles de grandeurs différentes.

En deuxième année primaire

- ✓ Idem première année.
- ✓ En plus:

Reconnaître des rectangles quelconques parmi des quadrilatères.

Sélectionner les rectangles quelconques.

Exploitation des mauvais choix dans la sélection des rectangles pour établir des preuves.

Un trapèze est-il un rectangle quelconque ?

Un parallélogramme est-il un rectangle quelconque ?

Construction de rectangles avec du matériel varié:

- ✓ des bandes parallèles croisées
- ✓ des segments sur transparents
- ✓ des tiges de mécano



Vérification des mesures des côtés (à la latte)

Vérification des angles (par comparaison et superposition avec l'angle droit).

Vérification du parallélisme des côtés opposés (avec bandes parallèles) .

Correction des erreurs.

Comment redresser un parallélogramme en rectangle?



Montrer que le placement d'un angle droit dans un angle d'un parallélogramme (réalisé en tiges de mécano ou "en

Exercices individuels de tracé de rectangles sur du papier tramé.

chalumeaux) suffit à le redresser en rectangle et à apporter 4 angles droits (à faire vérifier aussi).

La longueur d'un côté étant donnée, compléter les dessins (à la latte) pour obtenir des rectangles quelconques.

Constructions libres de rectangles sur papier tramé.

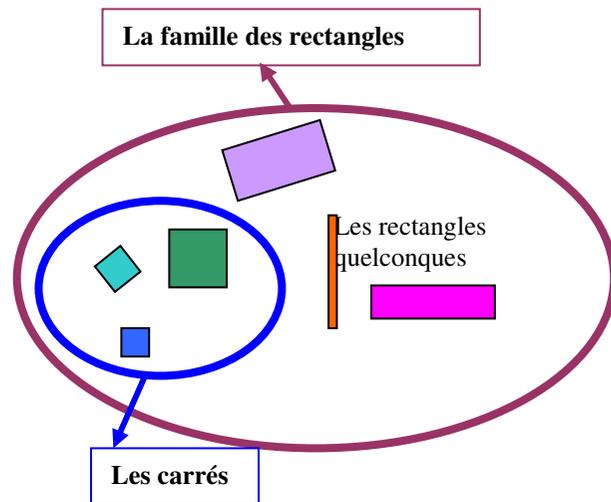
En troisième année primaire

Etude de la famille des rectangles:

Sélection des quadrilatères ayant quatre angles droits.

Dans la famille des rectangles, découverte de deux types de rectangles:

- ✓ des rectangles quelconques
- ✓ des rectangles particuliers (les carrés),



Construction de rectangles quelconques et de rectangles particuliers:

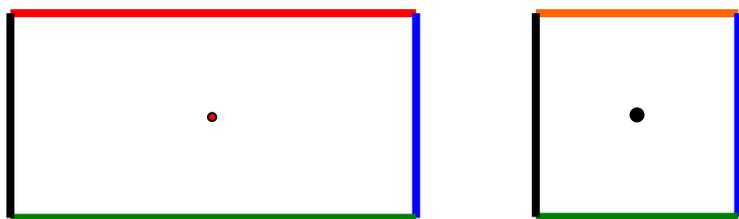
- ✓ avec des tiges de mécano.
- ✓ avec des paires de droites parallèles.
- ✓ avec des segments de droites



A l'aide de dessins isométriques sur transparents, recherche des transformations qui superposent tous les rectangles à eux-mêmes.

Par comparaison des caractéristiques liées à la famille des rectangles (rectangles quelconques et rectangles particuliers: carrés), dégager les qualités communes à tous les membres de la famille des rectangles.

Etablissement d'une synthèse collective à propos des caractéristiques de la famille des rectangles.



Exercices individuels de reconnaissance, de construction de rectangles sur papier tramé.

Calcul de périmètres.

Recherche de la mesure des côtés connaissant le périmètre et la mesure d'un côté.

Prouver (argumenter et vérifier) qu'un quadrilatère donné est ou n'est pas un rectangle.

Synthèse:

Famille des rectangles: famille des quadrilatères ayant 4 angles droits.

La famille des rectangles comprend : deux types de rectangles: les rectangles quelconques et les rectangles particuliers (les carrés).

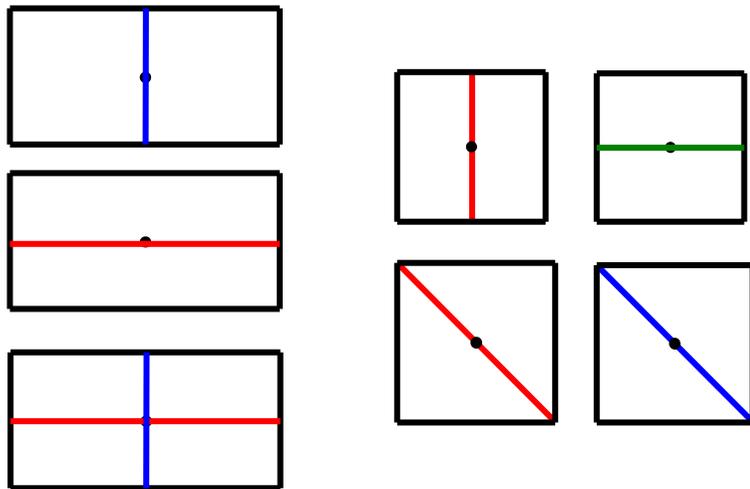
Qualités communes à tous les rectangles:

- ✓ 4 angles droits
- ✓ 2 paires de côtés parallèles
- ✓ Les côtés opposés de même longueur
- ✓ Superposables à eux-mêmes par déplacement et aussi par retournement

En quatrième année primaire

- ✓ Idem troisième année
- ✓ En plus:

Au cours de la recherche des qualités communes avec les transparents et par les transformations qui superposent les figures à elles –mêmes, les élèves ont découvert que les qualités communes sont "restrictives". Au cours de la synthèse, ils sont capables de préciser, quels déplacements et quels retournements ont été possibles. A ce stade de l'apprentissage, ils ont été initiés préalablement (au cours des thèmes précédents) aux déplacements (rotations) et aux retournements (symétries orthogonales); de même qu'au tracé des médianes et des diagonales et de leur rôle dans les symétries orthogonales (*se référer au plan des activités de quatrième année*).



Synthèse de quatrième année

Famille des rectangles: famille des quadrilatères ayant 4 angles droits.

La famille des rectangles comprend : deux types de rectangles: les rectangles quelconques et les rectangles particuliers (les carrés).

Qualités communes à tous les rectangles:

- ✓ 4 angles droits
- ✓ 2 paires de côtés parallèles
- ✓ Les côtés opposés de même longueur
- ✓ Superposables à eux-mêmes par déplacements (2 rotations : $\frac{1}{2}$ tour et $\frac{4}{4}$ de tour)
- ✓ Superposables à eux-mêmes par retournements (2 symétries orthogonales : m_1 et m_2)

Exercices de tracé de rectangles avec précision:

- utilisation des instruments tels que la latte et l'équerre Aristo (pour le tracé des parallèles et des perpendiculaires à une droite donnée)
- *(voir à ce sujet les thèmes précédents des droites et des segments de droites dans les plans de troisième et quatrième année)*

Exercices individuels de calcul de périmètres et de recherche d'une dimension.

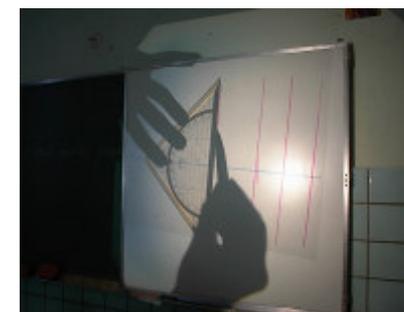
Y accrocher aussi les "grandeurs: calcul de longueurs et de surfaces"; recouvrements.

En cinquième année primaire

- ✓ Idem quatrième année
- ✓ En plus:

Au cours de la synthèse, faire préciser les rotations en degrés et le rôle des médianes et des diagonales.

Rechercher, par les transformations, si les médianes et les diagonales des rectangles peuvent être des axes de symétrie.



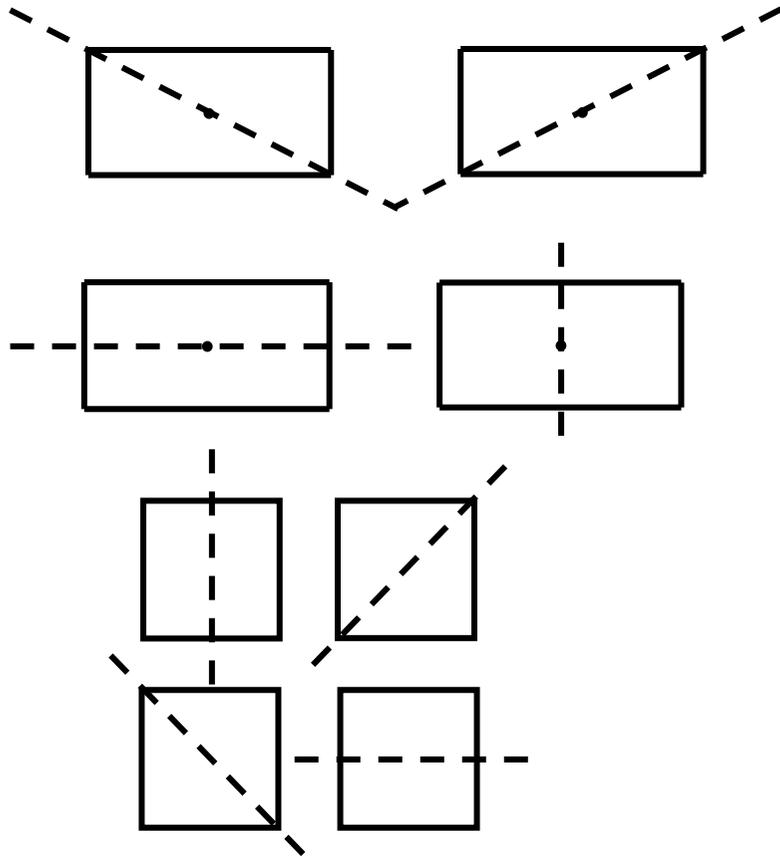
Synthèse de cinquième année

Famille des rectangles: famille des quadrilatères ayant 4 angles droits.

La famille des rectangles comprend : deux types de rectangles: les rectangles quelconques et les rectangles particuliers (les carrés).

Qualités communes à tous les rectangles:

- ✓ 4 angles droits
- ✓ 2 paires de côtés parallèles



- ✓ Les côtés opposés de même longueur
- ✓ Superposables à eux-mêmes par 2 rotations: 180° et 360°)
- ✓ Superposables à eux-mêmes par 2 symétries orthogonales : m_1 et m_2)

Prouver par les transformations, à l'aide de transparents, et en argumentant, que les médianes ou les diagonales des membres de la famille des rectangles sont ou ne sont pas des axes de symétrie.

Exercices individuels mettant en œuvre les acquis à propos des transformations liées aux rectangles.

Exercices de tracé aux instruments et sur papier uni.

Exercices mettant en œuvre les calculs de grandeurs: périmètres et surfaces.

En sixième année primaire

- ✓ Idem cinquième année
- ✓ En plus:

Fixation de la notion d'axe de symétrie.

Etablir des preuves en argumentant et en se servant du matériel adéquat:

- Les diagonales sont-elles de même longueur?
- Les diagonales se coupent-elles en leur milieu?
- Les côtés opposés sont-ils parallèles?
- Les droites médianes sont-elles perpendiculaires?
- Les médianes se coupent-elles en leur milieu?
- Les côtés opposés sont-ils parallèles?

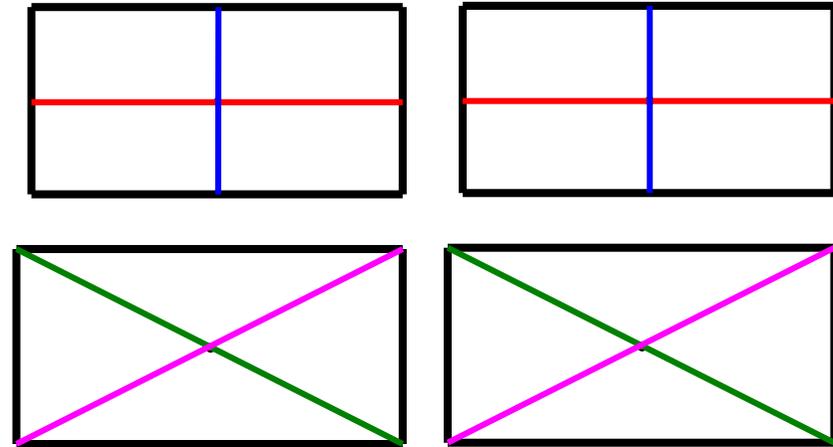
Il est évident que les notions de preuves de droites parallèles, de droites perpendiculaires, de milieu d'un segment de droite, de conservation des distances à l'aide des transformations (qui superposent la figure à elle-même) ont été approfondies (dans les thèmes précédents) afin que les élèves argumentent en donnant les précisions nécessaires.

Remarque:

Seul le travail rigoureux en spirale et en continuité permet d'obtenir de la part des élèves, les preuves argumentées dans le vocabulaire géométrique adéquat (qui sont les prémisses des démonstrations)

(voir le CD montrant les vidéos des élèves de sixième année

Utilisation des modèles sur transparents pour argumenter et établir les preuves en utilisant les transformations qui superposent les figures à elles-mêmes (rotations et symétries orthogonales)



primaire de l'Athénée Royal de Binche en activité après un suivi continu de six années consécutives)

(voir aussi les tableaux de synthèses ci-après:

- ✓ pour une quatrième année
- ✓ pour une sixième année

Pour les deux premières années du secondaire, la méthodologie utilisée suit le même fil conducteur (voir les pratiques utilisées par Christine PILAETE)

En première année secondaire

"Mise à niveau" de tout le groupe d'élèves étant donné leur venue d'écoles différentes.

Révision et fixation de la "définition" des carrés.

Détermination des "propriétés" (qualités communes) à tous les carrés.

Comprendre les liens de dépendance qui unissent le concept "définition" et le concept "propriétés".

En deuxième année du secondaire

A terme (à 14 ans), les enfants devront:

- comprendre le classement usuel et découvrir les propriétés communes à tous les membres de cette famille.

Avec le matériel adéquat (transparents) et par manipulations individuelles, utilisation des transformations (automorphismes) pour découvrir et vérifier les propriétés communes à tous les rectangles: perpendicularité, parallélisme, isométries des côtés, des angles, propriétés des diagonales et des médianes.

- comprendre le concept "définition " et le concept "propriété" ainsi que les liens de dépendance qui les unissent.

- découvrir des "conditions déterminantes" pour appartenir à cette famille et démontrer la véracité de ces conditions déterminantes

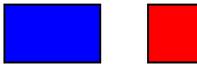
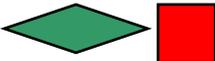
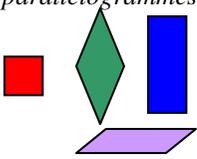
Remarque:

Il existe deux types de définitions en mathématique:

- ✓ les définitions créatives
- ✓ les définitions descriptives

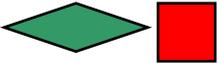
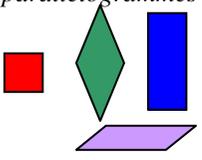
Les quadrilatères connus en quatrième année - Construction de la synthèse

Quelles sont les propriétés communes à tous les membres d'une même famille ? (Réponds I ou O)

Familles des quadrilatères connus	2 paires de côtés parallèles	4 côtés de même longueur	côtés opposés de même longueur	4 angles droits	Angles opposés de même amplitude	<i>Superposables à eux-mêmes par déplacements (rotations)</i>				<i>Superposables à eux-mêmes par retournements (symétries orthogonales)</i>				
						r 1/4	r 1/2	r 3/4	r 4/4	S(d ₁)	S(d ₂)	S(m ₁)	S(m ₂)	
Famille des carrés 														
Famille des rectangles 														
Famille des losanges 														
Famille des parallélogrammes 														

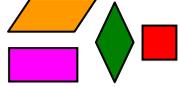
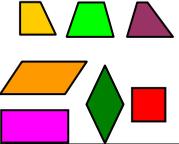
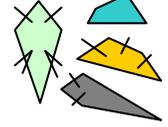
Les quadrilatères connus en quatrième année - Construction de la synthèse - **CORRIGE**

Quelles sont les propriétés communes à tous les membres d'une même famille ? (Réponds I ou O)

Familles des quadrilatères connus	2 paires de côtés parallèles	4 côtés de même longueur	côtés opposés de même longueur	4 angles droits	Angles opposés de même amplitude	Superposables à eux-mêmes par déplacements (rotations)				Superposables à eux-mêmes par retournements (symétries orthogonales)			
						r 1/4	r 1/2	r 3/4	r 4/4	S(d ₁)	S(d ₂)	S(m ₁)	S(m ₂)
Famille des carrés 	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
Famille des rectangles 	I	O	I	I	I	O	I	O	I	O	O	I	I
Famille des losanges 	I	I	I	O	I	O	I	O	I	I	I	O	O
Famille des parallélogrammes 	I	O	I	O	I	O	I	O	I	O	O	O	O

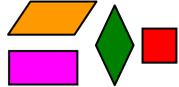
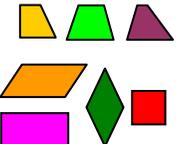
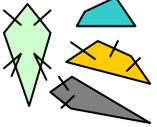
Rappel des caractéristiques liées aux classements des familles de quadrilatères (convexes) - en sixième année

Lis chaque proposition puis écris: vrai (I) ou faux (O)

Familles de Quadrilatères convexes	4 angles droits	4 côtés de même longueur	ZERO paire de côtés parallèles	Au moins une paire de côtés parallèles	2 paires de côtés parallèles	Angles opposés de même amplitude	Côtés opposés de même longueur	Superposables à eux-mêmes par rotation				Superposables à eux-mêmes par symétrie orthogonale							
								1/4	1/2	3/4	4/4	d ₁	d ₂	m ₁	m ₂				
Carrés 																			
Losanges 																			
Rectangles 																			
Parallélogrammes 																			
Trapèzes 																			
Quadrilatères quelconques 																			

Rappel des caractéristiques liées aux classements des familles de quadrilatères (convexes) - en sixième année - CORRIGE

Lis chaque proposition puis écris: vrai (I) ou faux (O)

Familles de Quadrilatères convexes	4 angles droits	4 côtés de même longueur	ZERO paire de côtés parallèles	Au moins une paire de côtés parallèles	2 paires de côtés parallèles	Angles opposés de même amplitude	Côtés opposés de même longueur	Superposables à eux-mêmes par rotation				Superposables à eux-mêmes par symétrie orthogonale					
								1/4	1/2	3/4	4/4	d ₁	d ₂	m ₁	m ₂		
Carrés 	I	I	O	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
Losanges 	O	I	O	I	I	I	I	O	I	O	I	I	I	O	O	O	O
Rectangles 	I	O	O	I	I	I	I	O	I	O	I	O	O	I	I	O	O
Parallélogrammes 	O	O	O	I	I	I	I	O	I	O	I	O	O	O	O	O	O
Trapèzes 	O	O	O	I	O	O	O	O	O	O	I	O	O	O	O	O	O
Quadrilatères quelconques 	O	O	I	O	O	O	O	O	O	O	I	O	O	O	O	O	O