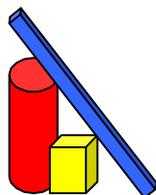


LA GEOMETRIE DES TRANSFORMATIONS dans l'apprentissage des mathématiques



Site WEB : www.uvgt.net

Le pliage d'une feuille de papier, bon modèle de représentation d'une symétrie orthogonale plane?

CAEN octobre 2005

Michel DEMAL – Danielle POPELER

U.R.E.M. (U.L.B.) – H.E.C.F.H. - U.V.G.T.
Communauté française de Belgique

michel.demal@belgacom.net
d.popeler@skynet.be

1. Remerciements

2. Gros projet de Géométrie des Transformations du plan et de l'espace pour les élèves de 5 à 18 ans.

Actuellement, le cours est réalisé pour les élèves de 5 à 14 ans.

3. Souci de continuité et progressivité au niveau de la matière et du mode de pensée.

4. Qu'est-ce que la Géométrie des Transformations?

Géométrie où les transformations sont:

- des "outils" pour découvrir et/ou démontrer des propriétés des objets géométriques
- des "outils" pour créer des objets géométriques (exemple: le snub-cube)
- des "outils" pour classer les objets (regroupements via les groupes de symétries associés aux objets)

Remarque: A "notre stade", les transformations sont essentiellement les similitudes (isométries et homothéties).

5. Nécessité d'acquérir une bonne image mentale des transformations pour s'appropriier la Géométrie des Transformations.

6. Importance du choix de "bons" modèles pour l'appropriation des images mentales des transformations.

Qu'est-ce qu'un bon modèle?

Idéalement, un bon modèle:

- "recouvre" toutes les caractéristiques et toutes les propriétés de la transformation considérée
- est en concordance avec la théorie liée aux transformations.

(se reporter aux exemples donnés au cours de l'exposé)

7. Modèles pour les symétries orthogonales planes ?

7.1. A propos du pliage d'une feuille de papier pour illustrer les symétries orthogonales.

Pourquoi le pliage d'une feuille de papier **n'est-il pas un modèle qui donne une image mentale exacte d'une symétrie orthogonale plane?**

Par pliage:

- l'image d'une droite qui coupe l'axe de la symétrie orthogonale plane (ou la droite de points fixes) n'est pas une droite mais une ligne brisée.
- l'image d'une figure qui coupe l'axe de la symétrie orthogonale plane n'est pas une figure isométrique retournée de la figure de départ.
- Les deux demi-plans déterminés par l'axe de la symétrie orthogonale plane ne permutent pas.

De plus, le pliage d'une feuille de papier est en contradiction avec le théorème qui relie les déplacements de l'espace qui conservent le plan et les isométries du plan (théorème fondamental).

7. 2. Symétries orthogonales et feuilles transparentes.

Lors des premières approches des symétries orthogonales planes, une feuille transparente qui tourne de 180° dans l'espace autour d'une droite du plan (et qui se superpose au plan) est le meilleur modèle pour installer une bonne image mentale des symétries orthogonales planes.

En effet, après sa rotation de 180° dans l'espace, la feuille transparente montre directement que:

- l'image de toute droite est toujours une droite.
- l'image d'une figure est toujours une figure isométrique retournée.
- les deux demi-plans, déterminés par l'axe de la symétrie orthogonale plane, permutent.

De plus, la rotation de 180° de la feuille transparente autour d'une droite du plan est en accord avec le théorème qui relie les déplacements de l'espace (qui conservent le plan) et les isométries du plan.

8. Propositions pour installer la spirale génétique de la transformation: symétrie orthogonale plane. *(se reporter aux exemples donnés au cours de l'exposé)*

Plan de travail avec les élèves de 5 à 9 ans:

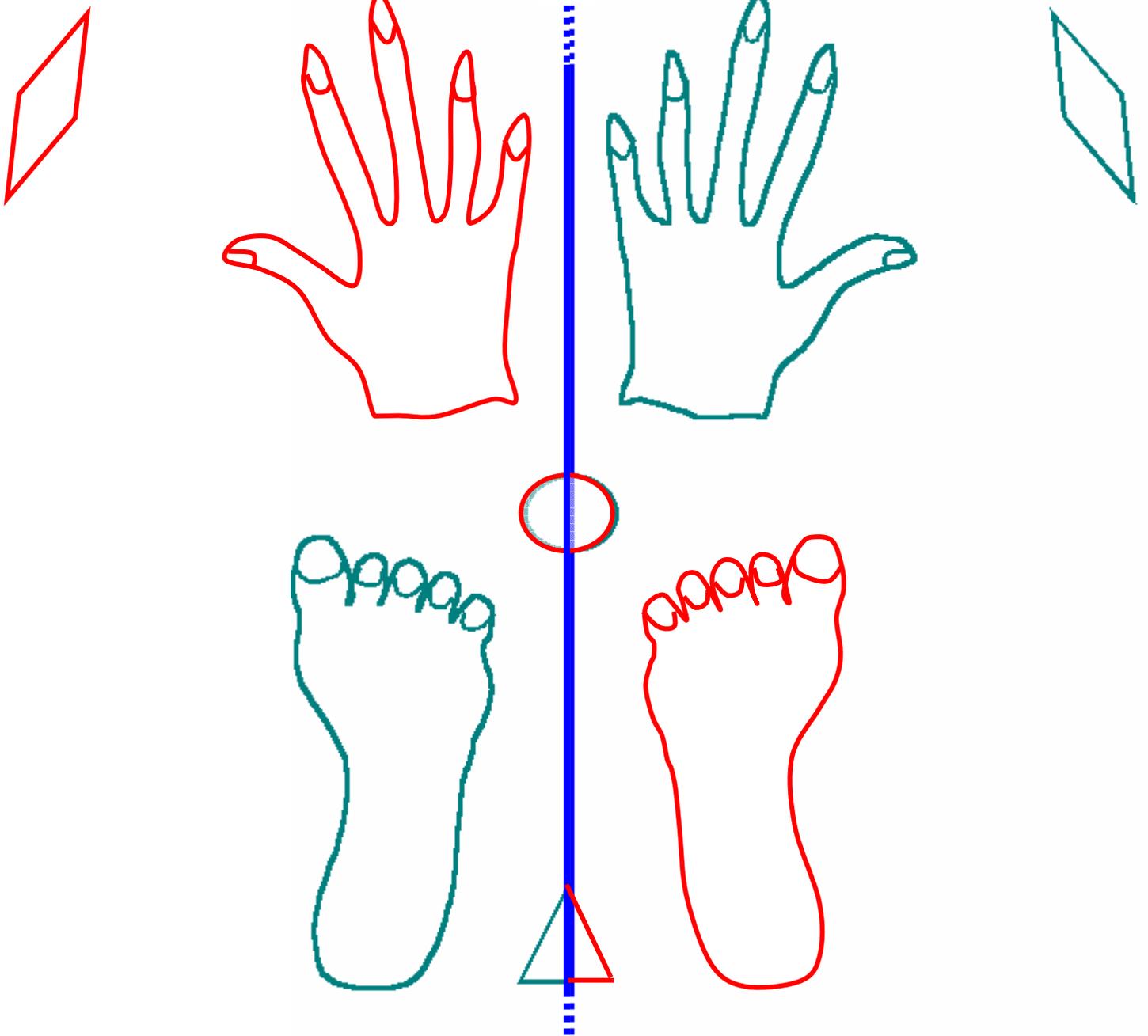
- figures déformées – figures non déformées (semblables)
- figures semblables (isométriques – réduites – agrandies)
- figures isométriques déplacées - figures isométriques retournées
- notions de déplacement et de retournement
- figures superposables à elles-mêmes par déplacements et ou retournements (automorphismes)
- rotations du plan
- symétries orthogonales

La symétrie orthogonale du plan (en quatrième année)

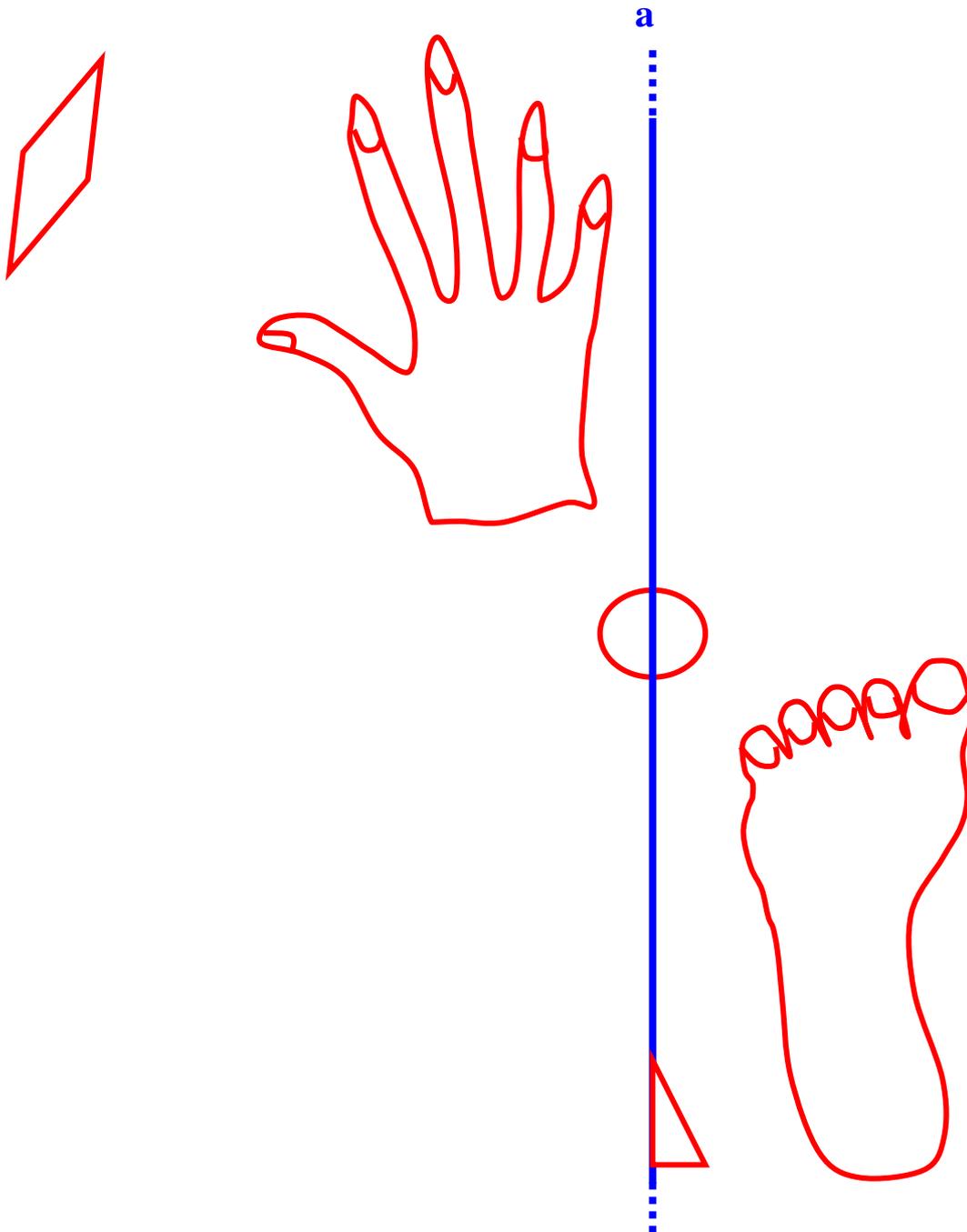
Comment passer directement de "tout rouge" à "tout vert" ? (déplacement ou retournement du transparent?)

Avant

Après

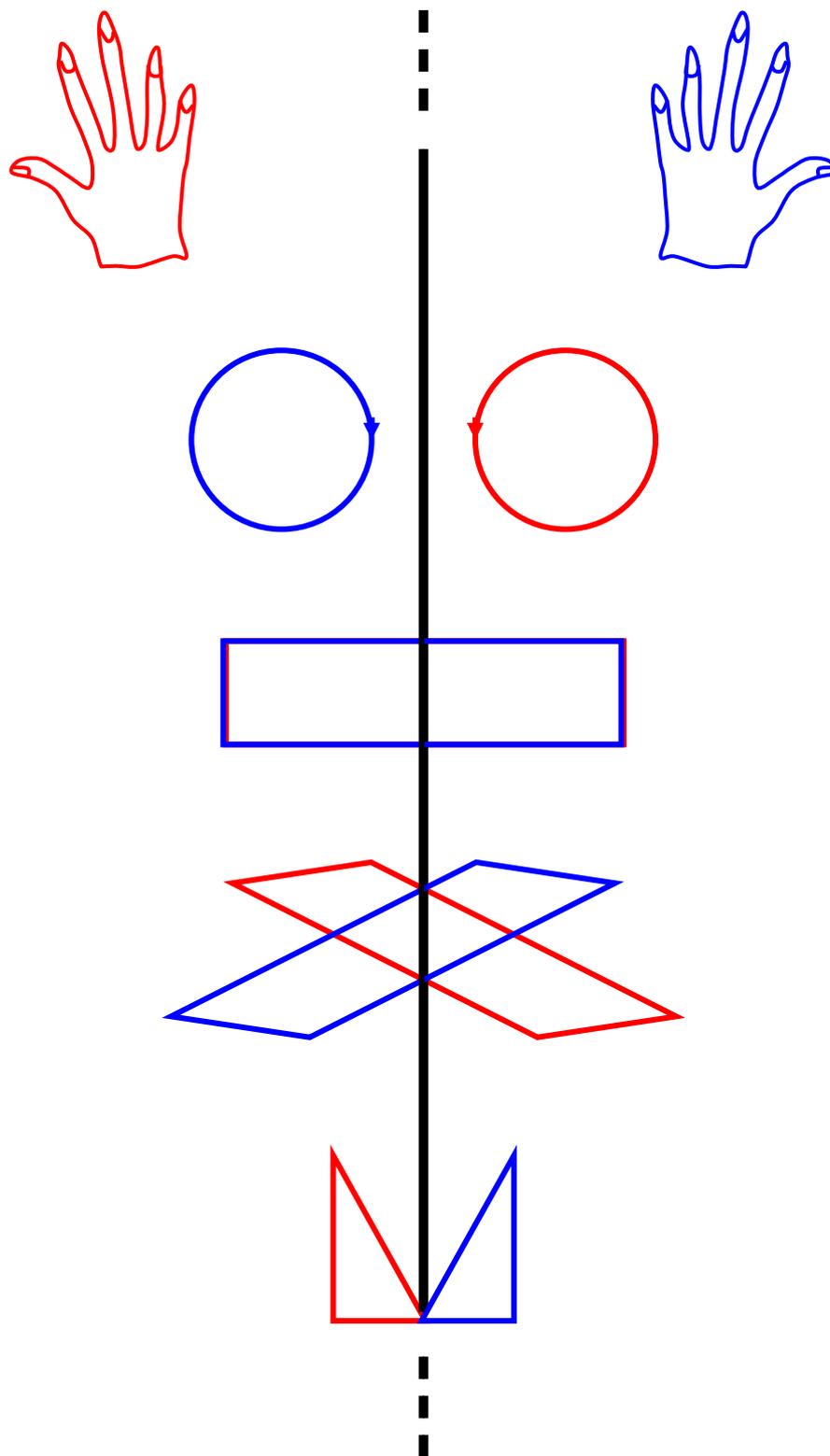


A reproduire sur transparent

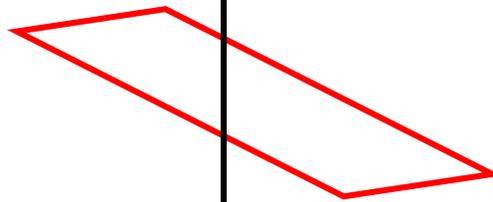
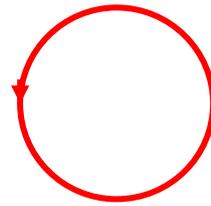


La symétrie orthogonale du plan (en cinquième année)

Comment passer de "tout rouge" à "tout bleu" à l'aide du transparent? (déplacement ou retournement du plan?)



A reproduire sur transparent

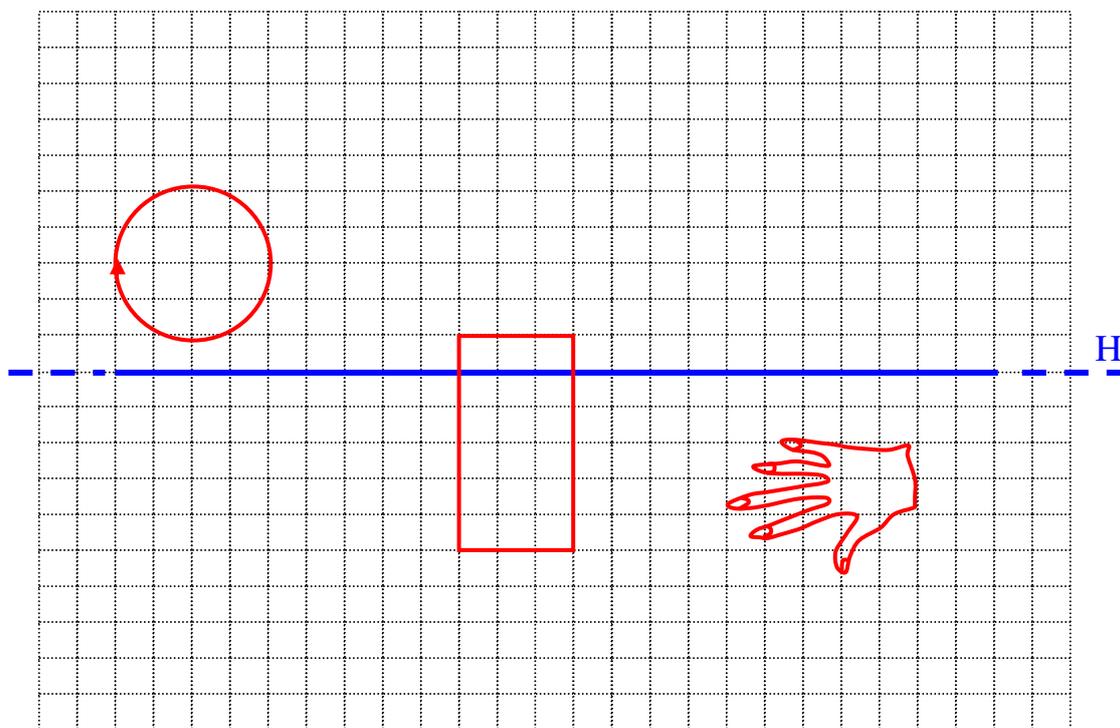


Les symétries orthogonales du plan en cinquième année

Exercices individuels

1. Fais subir au plan une symétrie orthogonale d'axe H.

Colle, à leur place, les images des dessins sur transparents après cette symétrie orthogonale.



2. Lis, choisis puis écris les mots « **conservent** » ou « **inversent** ».

Les symétries orthogonales du planles types de dessins de mains.

Les symétries orthogonales du planl'orientation (les cercles orientés).

Les symétries orthogonales du planl'amplitude des angles.

Les symétries orthogonales du planla forme des figures.

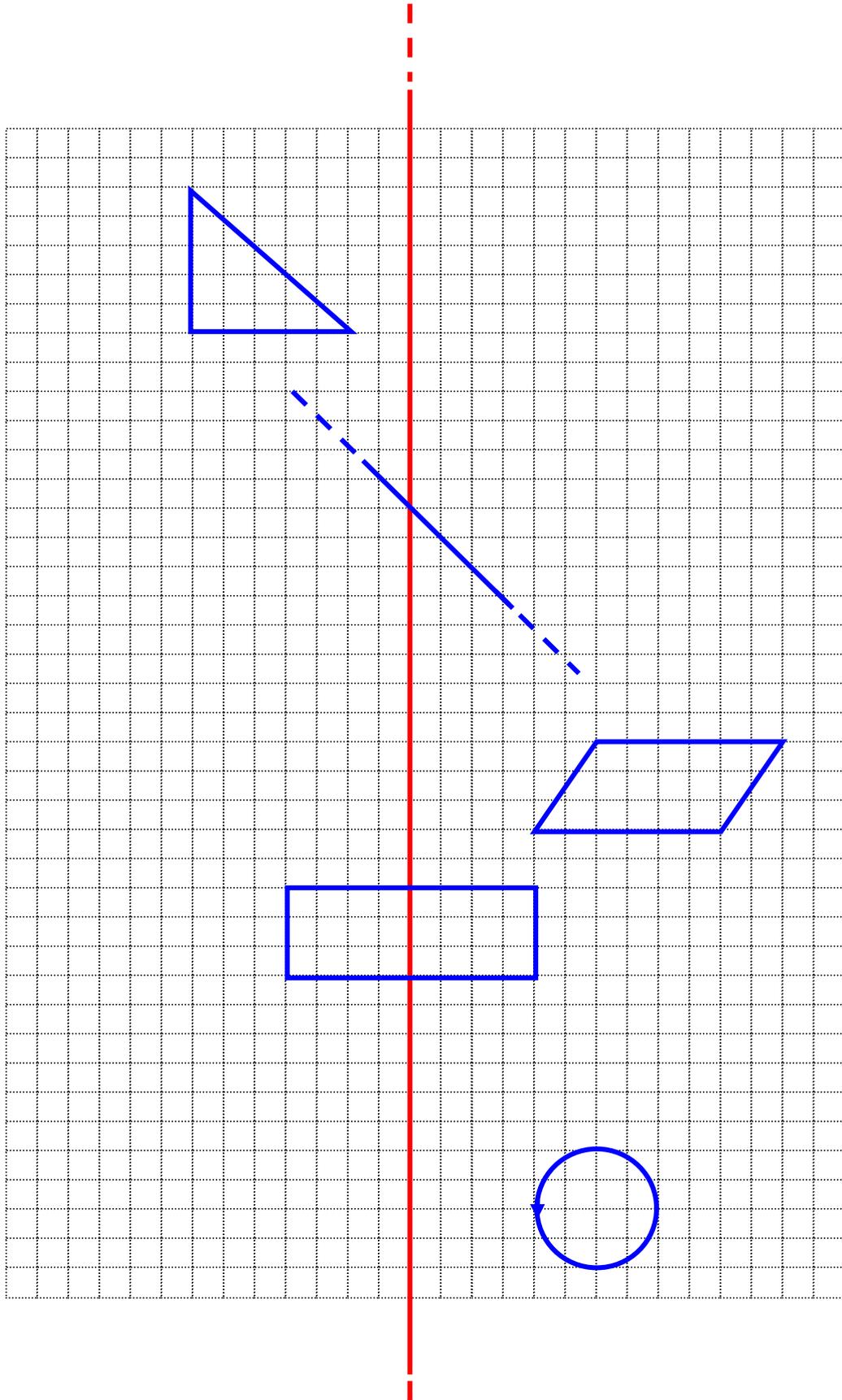
Les symétries orthogonales du planla longueur des segments.

Les symétries orthogonales du planl'aire des figures.

Les symétries orthogonales du plan (en cinquième année)

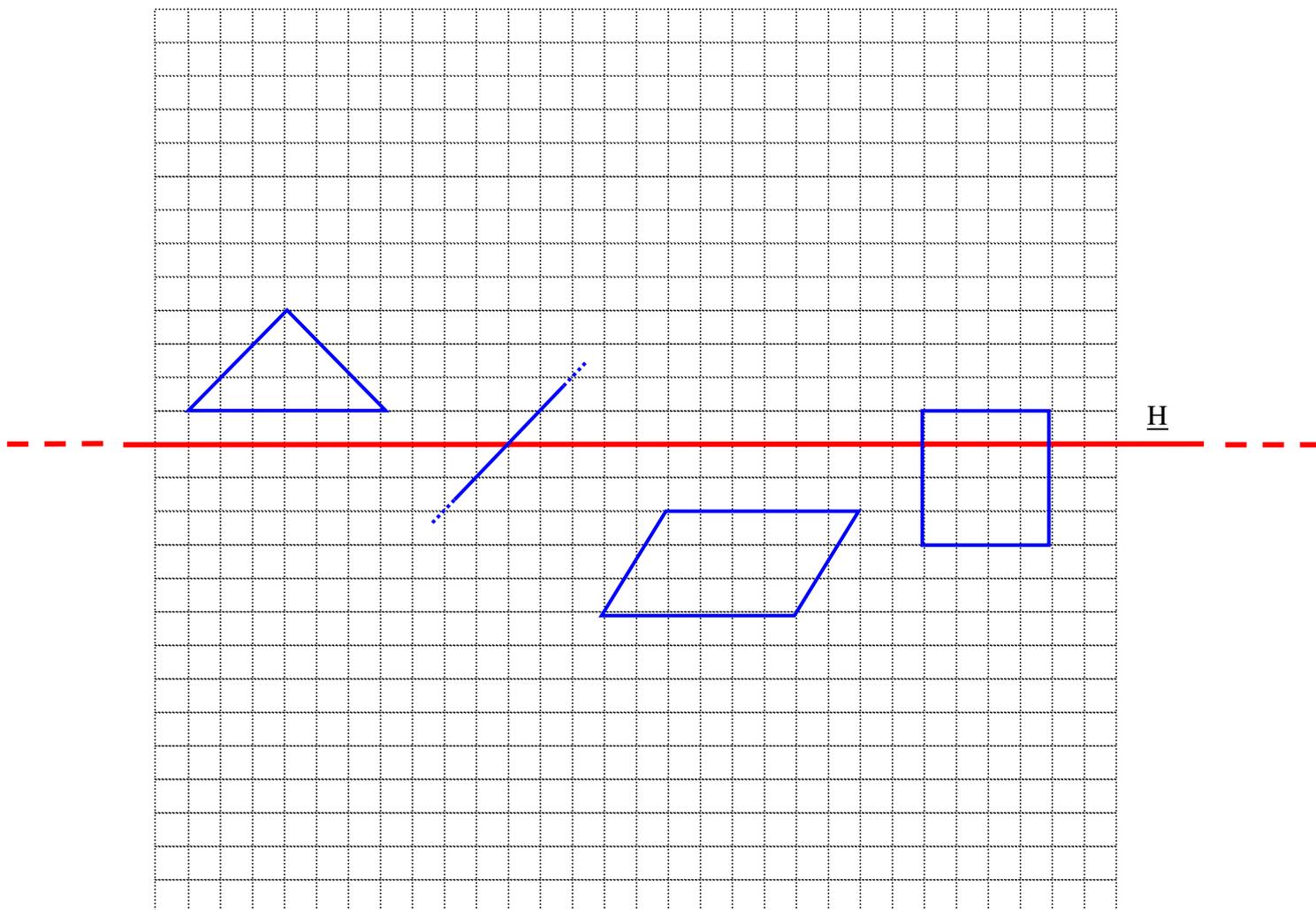
Exercice individuel

Trace exactement **en noir** l'image des dessins après la symétrie orthogonale du plan selon l'axe rouge.



Evaluation sur 10 points

1. Sur le quadrillage, dessine les images des figures géométriques après la symétrie orthogonale d'axe horizontal (H) (4points)



2. Dans ces figures géométriques, trace un axe de symétrie chaque fois que c'est possible (6 points).

